

# ESTUDI DELS FLUXOS TURBULENTS I. TÈCNiques EXPERIMENTALS

per

*J. A. FERRÉ; R. M. GILABERT; F. X. GRAU; J. GAVALDÀ  
I FRANCESC GIRALT*

Departament d'Enginyeria Química i Bioquímica, Facultat de Ciències  
Químiques, Universitat de Barcelona, Tarragona, Catalunya.

*J. G. KAWALL I J. F. KEFFER*

Department of Mechanical Engineering, University of Toronto, Toronto,  
Ontario, Canadà.

## ABSTRACT

The experimental techniques commonly applied to study laboratory-generated turbulent flows are described. Technical capabilities, governing equations and experimental procedures for both constant temperature and constant current anemometry are discussed in order to assess the measurement of velocities and temperatures in turbulent flows. Furthermore, the principles and applications of laser-Doppler anemometry are presented. A short chapter devoted to A/D converters is included, with notes on hardware characteristics and selection of sampling frequencies. Finally flow-visualization techniques for wind and water-tunnel experiments are introduced. Numerical visualization of flows is also presented as an alternative to conventional visualization techniques.

## INTRODUCCIÓ

La turbulència és un dels camps de la mecànica de fluids que, pel que fa a la investigació, encara acapara l'atenció d'enginyers mecànics, aeronàutics,

químics, navals i civils, i de físics o meteoròlegs, ja que, malgrat conèixer les equacions que la governen, no és possible d'integrar-les directament i obtenir, així, prediccions completes i fiables del comportament dinàmic dels fluxos turbulents. La forta no linealitat de les equacions de transport, la dificultat de discretitzar-les en l'espai i el temps sense negligir les escales fines del camp fluctuant inherent a la turbulència i la geometria complexa dels fluxos reals d'interès pràctic són les causes principals que fan de la turbulència l'únic camp de la mecànica clàssica no resolt totalment.

La importància pràctica de l'estudi de la turbulència rau, en primer lloc, en les forces que aquesta pot provocar, en forma de ràfegues, sobre obstacles tan habituals com edificis, avions, vaixells, automòbils o altres estructures, la qual cosa és fonamental per a calcular càrregues crítiques, fatiga de materials, soroll, etc. En segon lloc i des d'un punt de vista mecànic la turbulència contribueix a dissipar part de l'energia associada al moviment dels fluids, a través de la fricció o arrossegament, i esdevé un dels factors principals que condiciona la seva circulació interna o externa i el rendiment d'equips de potència. El transport turbulent de matèria i energia és el tercer aspecte que cal tenir en compte, principalment pel que fa al disseny d'equips industrials, com els intercanviadors de calor, equips d'intercanvi de matèria, reactors nuclears, etc., ja que la turbulència augmenta els coeficients de transferència de matèria o calor, malgrat augmentar les pèrdues per dissipació. En alguns casos específics, com per exemple en els processos de combustió en flames, la turbulència neix per l'expansió gasosa provocada per l'alliberament d'energia del mateix procés i alhora facilita la continuació de la reacció en barrejar íntimament el combustible i el comburent. Finalment, aquesta interacció entre la turbulència i el transport de matèria o calor adquireix la màxima rellevància en processos de dispersió de contaminants passius —calor, substàncies dissoltes, sòlids en suspensió— i de productes naturals —pol·len, espores, feromones— i en tots els processos lligats a la meteorologia.

En totes les aplicacions esmentades cal controlar la turbulència per tal de potenciar-la o inhibir-la en funció dels seus efectes, la qual cosa solament és possible actualment mitjançant l'adquisició de coneixements a través de l'experimentació. L'estudi de la turbulència pot tenir com a objectiu obtenir dades aplicables directament a casos pràctics concrets, adquirir informació sobre aspectes físics rellevants dels fluxos turbulents o obtenir dades detallades sobre l'estructura del camp fluctuant per tal de comprovar la fiabilitat dels models teòrics existents o per tal de proposar-ne de nous.

El caràcter altament fluctuant i ràpidament canviant de les magnituds d'interès (velocitat, temperatura, etc.) en un flux turbulent, així com l'aleatorietat en el temps i l'espai de l'ocurrència d'aquestes, fan que el conjunt de tècniques tant experimentals com analítiques emprades per a l'estudi dels fluxos turbulents presentin una elevada complexitat. En primer lloc, els equips usats per a dur a terme mesuraments en fluxos turbulents han de posseir velocitats de resposta molt ràpides, de l'ordre dels kHz, així com una resolució espacial de

mesurament elevada, de l'ordre d'1 mm. En segon lloc, les tècniques d'anàlisi dels senyals digitals corresponents a magnituds turbulentes, han de tractar dades amb un marcat caràcter estocàstic, en les quals les característiques estructurals més rellevants dels fluxos apareixen fortament barrejades i ocultes per un fons turbulent, d'escala fina, aleatori. A més a més, el volum d'informació que hom ha de processar és normalment de l'ordre dels Mb, i requereix l'ús d'ordinadors amb una elevada memòria i velocitat de càlcul.

La primera part d'aquest treball descriu les tècniques experimentals més importants en l'estudi de la turbulència, tot fent esment del tipus d'informació que poden proveir així com de llurs limitacions. La segona part inclourà la descripció dels mètodes numèrics d'anàlisi dels senyals turbulents.

## ANEMOMETRIA

Genèricament, hom coneix per anemometria el conjunt de tècniques experimentals dissenyades per tal de mesurar el camp instantani de velocitat —o bé el de temperatura, en el cas de la termoanemometria— en el si d'un fluid en moviment. El fonament físic de les diferents tècniques de mesura emprades permet de classificar les tècniques anemomètriques en dues grans famílies, l'anemometria de fil calent (Hot-Wire Anemometry, HWA) o de film calent (Hot-Film Anemometry, HFA) i l'anemometria làser per efecte Doppler (Laser-Doppler Anemometry, LDA). La HWA i la HFA es fonamenten en la dependència que té la transferència de calor des d'un petit filament o film escalfat per efecte Joule cap a un fluid, amb la velocitat del moviment d'aquest. La HFA és una variant de la HWA que permet de fer mesuraments en líquids amb un sensor adequat. No obstant això, la utilització actual de la HFA és molt reduïda, ja que els problemes d'envelliment i embrutament de les sondes fan que, en medi líquid i especialment en medi aquós, hom prefereixi l'anemometria làser.

L'anemòmetre de fil calent és bàsicament un transductor tèrmic el funcionament del qual es basa en el refredament que produeix el flux en passar sobre un petit filament escalfat per un corrent elèctric. Així que la velocitat del flux canvia, la transferència de calor des del fil al flux també ho fa, desequilibrant el seu balanç tèrmic. Com que el filament és constituït per un material de resistència variable amb la temperatura, hom pot relacionar les variacions de resistència, o bé del voltatge que cal aplicar per a restituir el seu valor original, amb les variacions de velocitat. D'aquesta manera la HWA pot ésser usada per a mesurar velocitats i/o temperatures instantànies en un punt del flux.

Els anemòmetres de fil calent poden efectuar mesures del camp turbulent seguint dos tipus d'operació diferents. A intensitat constant, les variacions de resistència causades pel flux són mesurades a través de la caiguda de voltatge en el filament. Per contra, si hom opera a resistència (temperatura) constant, el filament és realimentat per un circuit que, incrementant o disminuint el vol-

tatge aplicat al filament, tendeix a mantenir constant la resistència compensant els efectes de refredament provocats pel flux. En aquest cas les fluctuacions de velocitat son avaluades a partir de les variacions del voltatge que cal aplicar al fil per a restituir les condicions de treball. Ambdós tipus d'operació permeten de mesurar velocitats. Tanmateix, un anemòmetre en règim d'operació a intensitat constant pot actuar com un termoanemòmetre capaç de fer mesuraments puntuals i instantanis de temperatura, quan la transferència de calor flux és dominada per la diferència de temperatura entre el sensor i el fluid. Els avantatges que ofereix cada un dels tipus d'operació (Perry, 1982; DISA-CTA, 1976), han fet que actualment l'anemometria de temperatura constant (Constant-Temperature Anemometry, CTA) sigui utilitzada majoritàriament per al mesurament de velocitats, i que l'anemometria d'intensitat constant (Constant-Current Anemometry, CCA) sigui emprada exclusivament per al mesurament de temperatures en fluxos turbulents ràpidament canviants.

La LDA és un mètode òptic de mesurament basat en l'efecte Doppler de desplaçament de freqüència entre la radiació rebuda i l'emesa per un cos o partícula en moviment, que permet el mesurament puntual i instantani del camp de velocitat. La LDA és un mètode de mesurament no intrusiu, pel seu fonament òptic, mentre que tant la HWA com la HFA necessiten sensors situats en el si del flux. No obstant això, la facilitat d'ús de la HWA i la flexibilitat i cost relativament baix d'aquesta mena d'equips fa que, al laboratori, la HWA sigui la tècnica més emprada per a mesuraments en gasos, i la LDA en líquids.

Tot seguit són presentats els fonaments i les tècniques d'ús de l'anemometria de fil calent i làser, aplicades a l'estudi de fluxos incompressibles, pseudo-estacionaris i turbulents, generats en equips de laboratori tipus jet, túnel aerodinàmic o túnel hidrodinàmic.

### *Anemometria de fil calent a temperatura constant (CTA)*

*Utilitatge Bàsic.* Els anemòmetres de temperatura constant són constituïts per un sensor situat en una branca d'un pont de Wheatstone, tal com mostra esquemàticament la Figura 1. Essent  $R_1$  i  $R_2$  resistències prefixades, la resistència variable  $R_3$  és fixada de manera que el pont estigui equilibrat per  $R_w = (1+a)R_g$ , on  $R_g$  és la resistència del sensor mesurada a la temperatura del flux,  $a$  és el factor d'escalfament que fixa la temperatura de treball del fil calent i  $R_w$  es la resistència d'operació del fil calent. Pel tipus de material usat en la construcció del sensor, normalment platí i tungstè, i les seves dimensions (5  $\mu\text{m}$  de diàmetre i 1.25 mm de longitud) i resistència típiques ( $R_g \approx 3.5\text{-}4.0 \Omega$ ), hom pot assolir fàcilment temperatures de treball en el fil sonda de l'ordre de 250-300 °C per a valors de  $a=0.8$ . En aquestes condicions, qual-sevol variació de velocitat produirà una variació en el refredament del sensor que tendirà a ésser ràpidament compensada pel llaç de control que tanca l'amplificador, de manera que, variant la intensitat que circula pel pont de

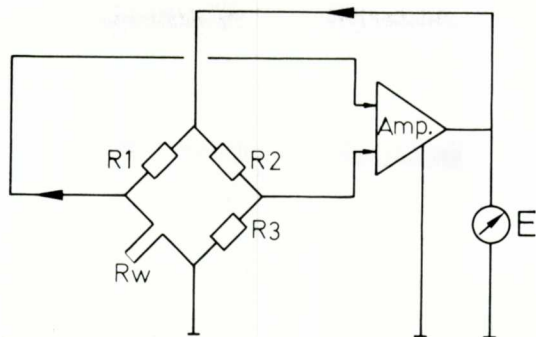


Fig. 1. Esquema d'un anemòmetre de fil calent operat a temperatura constant (CTA).

Wheatstone, i en concret, el corrent que passa pel sensor, pugui ésser restablert el seu equilibri.

Quan el circuit electrònic és dissenyat i ajustat de manera que sigui minimitzat el transitori de la resposta d'aquest (Compte-Bellot, 1976), l'anemòmetre de temperatura constant proporciona un voltatge instantani, funció únicament del refredament del fil en cada moment. Els equips disponibles comercialment poden donar respostes sense distorsió fins a freqüències de l'ordre de 100 kHz (DISA-M10, 1977). Els tipus de sondes més comunes (DISA-PROBE, 1982) són les de fil normal i les de fil en X, les quals són presentades a la Figura 2.

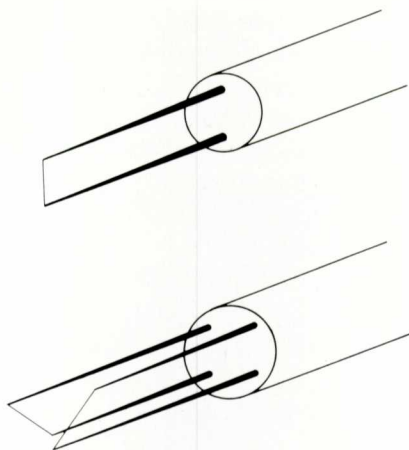


Fig. 2. Sondes anemomètriques normals i en X.

*Equacions Bàsiques.* En general, hom pot establir que el nombre de Nusselt (Nu) pel refredament d'un fil escalfat elèctricament i situat en el si d'un flux pot ésser expressat com una funció dels nombres de Reynolds (Re), efectes de convecció forçada, Grashof (Gr), efectes de convecció lliure, Mach (Ma), efectes de compressibilitat, Prandtl (Pr), efectes de conductivitat tèrmica i de la temperatura del medi,  $T_{g'}$ , i de la del fil calent,  $T_w$ , segons  $Nu = f(Re, Gr, Ma, Pr, T_{g'}, T_w)$ . Ara bé, quan el refredament del fil és dominat per la convecció i el flux és incompressible i isotèrmic, hom pot formular una relació del tipus Collis i Williams (1959),  $Nu = A + B \cdot (U_e)^n$ , en la qual A, B i n són constants a determinar per calibració, i  $U_e$  és la velocitat efectiva de refredament. Assumint que el transitori tèrmic del fil és menyspreable davant els termes d'escalfament per efecte Joule i de refredament per convecció forçada, és fàcil de relacionar finalment el voltatge instantani aplicat al fil calent amb la velocitat (Perry, 1982) segons l'equació

$$\frac{E^2}{(R_w - R_g)} = A + B \cdot (U_e)^n \quad [1]$$

en la qual E és el voltatge i  $R_w$  i  $R_g$  són les resistències del fil mesurades a  $T_w$  i  $T_{g'}$ , respectivament. L'equació [1] modelitza la resposta bàsica del fil calent per variacions de la velocitat del flux. Cal remarcar, però, que aquesta equació, tot i tenir un cert fonament teòric, no és l'única emprada a la bibliografia. Altres autors han proposat equacions de calibració diferents que no seran presentades en aquest treball. El tractament posterior d'anàlisi dels senyals anemomètrics pel que fa a la linealització de l'equació [1], o bé a l'ús de linealitzadors, tal com serà discutit més endavant, és independent de la forma concreta que adopti la calibració de l'anemòmetre. Per tant, sense pèrdua de generalitat, hom usarà exclusivament l'equació [1] com a calibració de voltatge vs. velocitat efectiva de refredament en la resta de l'article.

La velocitat efectiva de refredament,  $U_e$ , és la velocitat normal al fil calent que produeix un refredament (voltatge) determinat. Quan la velocitat no incideix normalment sobre el fil, cal quantificar la dependència direccional de  $U_e$ . En general, hom usa la relació proposada per Champagne *et al.* (1976a i 1976b),

$$U_e^2 = U_N^2 + k^2 U_T^2 \quad [2]$$

on  $U_N$  és la velocitat normal al fil,  $U_T$  és la velocitat tangencial al fil i k el coeficient de refredament tangencial (de l'ordre de 0.1-0.01) a determinar per calibració. Així, per a un fil calent situat en el si del camp de velocitat instantània  $U(U, V)$  representat a la Figura 3, l'equació [2] esdevé

$$U_e^2 = (U \cos\theta + V \sin\theta)^2 + k^2(-U \sin\theta + V \cos\theta)^2 \quad [3]$$

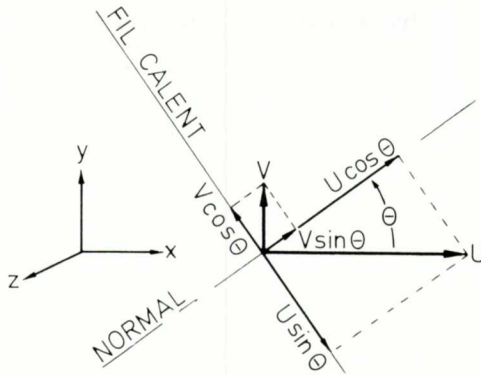


Fig. 3. Dependència direccional de la velocitat efectiva de refredament.

essent  $\theta$  l'angle que forma la normal al fil amb l'eix x. Finalment, si hom defineix

$$F_s = \sin \theta (1 - k^2) (1 + k^2 \operatorname{tg}^2 \theta)^{-1/2} \quad [4]$$

$$F_c = \cos \theta (1 + k^2 \operatorname{tg}^2 \theta)^{1/2} \quad [5]$$

$$F_t = F_s / F_c = \operatorname{tg} \theta (1 - k^2) (1 + k^2 \operatorname{tg}^2 \theta)^{-1} \quad [6]$$

$$F_{t2} = \operatorname{tg} \theta (1 + k^2 / \operatorname{tg}^2 \theta)^{1/2} (1 + k^2 \operatorname{tg}^2 \theta)^{-1/2} = (\operatorname{tg}^2 \theta + k^2)^{1/2} (1 + k^2 \operatorname{tg}^2 \theta)^{-1/2} \quad [7]$$

l'equació [3] pot ésser escrita segons

$$U_e^2 = U^2 \cdot F_c^2 (1 + 2 F_t (V/U) + F_{t2}^2 (V/U)^2) \quad [8]$$

Les equacions [1] i [8] permeten d'interpretar els senyals de voltatge fornits per un anemòmetre situat en el si d'un flux turbulent.

*Equacions de Resposta Linealitzades (CTA).* La informació i posterior utilització dels senyals anemomètrics depèn dels equips d'adquisició i de tractament de dades disponibles, els quals poden ésser voltímetres integradors (DISA-DV, 1977; DISA-RMS, 1979) o bé convertidors analògic-digital (A/D) conjuntament amb ordinadors. En el primer cas, hom pot mesurar només dues magnituds mitjanes relacionades amb el voltatge instantani  $E(t) = \bar{E} + e(t)$ ,

$$\bar{E} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau E(t) \cdot dt \quad [9]$$

$$\overline{e^2} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau (E(t) - \bar{E})^2 dt = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau e^2(t) dt \quad [10]$$

on  $\tau$  és el temps d'integració,  $\bar{E}$  el voltatge mitjà mesurat per un voltímetre integrador i  $e^2$  l'amplitud mitjana de les fluctuacions a l'entorn de la mitjana temporal o quadrat del valor RMS (root mean square) del voltatge,  $e_{\text{RMS}} = (e^2)^{1/2}$ . Evidentment les magnituds turbulentes d'interès, deduïdes de les expressions  $U = \bar{U} + u$  i  $V = \bar{V} + v$ , són  $\bar{U}$ ,  $\bar{V}$ ,  $\overline{u^2}$ ,  $\overline{v^2}$  i  $\overline{uv}$ , les quals cal relacionar amb els termes  $\bar{E}$  i  $e^2$  mesurats.

Si hom desenvolupa en sèrie de Taylor, a l'entorn de la mitjana temporal, la resposta del fil calent,  $E = f(U_e)$ , obté

$$E = f(\bar{U}_e) + \left. \frac{d f(U_e)}{d U_e} \right|_{U_e = \bar{U}_e} \cdot u_e + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 f(U_e)}{d U_e^2} \right|_{U_e = \bar{U}_e} \cdot u_e^2 + \dots \quad [11]$$

essent  $U_e = \bar{U}_e + u_e$ . L'avaluació dels termes  $\bar{U}$ ,  $\bar{V}$ ,  $\overline{u^2}$ ,  $\overline{v^2}$  i  $\overline{uv}$  a partir de  $\bar{E}$  i  $e^2$  requereix la linealització de l'equació [11],

$$E = f(\bar{U}_e) + \left. \frac{d f(U_e)}{d U_e} \right|_{U_e = \bar{U}_e} \cdot u_e \quad [12]$$

Si hom fa la mitjana temporal de [12], considerant que  $\bar{u}_e = 0$ , obté

$$\bar{E} = f(\bar{U}_e) \quad [13]$$

i per diferència entre [12] i [13]

$$e = \left. \frac{d f(U_e)}{d U_e} \right|_{U_e = \bar{U}_e} \cdot u_e \quad [14]$$

equació que, elevada al quadrat i amitjanada temporalment, esdevé

$$e^2 = \left( \left. \frac{d f(U_e)}{d U_e} \right|_{U_e = \bar{U}_e} \right)^2 \cdot \overline{u_e^2} \quad [15]$$

Finalment, les equacions [13] i [15] poden ésser escrites en funció de l'equació de resposta del fil calent [1], segons

$$\begin{aligned} \bar{U}_e &= ((\bar{E}^2 / (R_w - R_g) - A) / B)^{1/n} & [16] \\ \overline{u_e^2} &= ((\bar{E}^2 / (R_w - R_g)) \cdot (2 \cdot \bar{U}_e^{(1-n)} / nB))^2 \cdot e^2 & [17] \end{aligned}$$

La linealització de la resposta tal com ací ha estat presentada dóna una bona aproximació per a intensitats de turbulència (definida com  $100(\overline{u^2})^{1/2} / \bar{U}$ ) menors del 30 % per a fils normals i del 10 % per a fils inclinats (Kawall *et al.*, 1983). Quan la intensitat de turbulència és superior i solament hom disposa d'equips analògics per al processament dels senyals anemomètrics, hom pot



utilitzar linealitzadors acoblats als anemòmetres, ja que la relació entre la velocitat del flux i el voltatge que aquells proporcionen és lineal i les equacions de resposta [13] i [15] esdevenen exactes. Un linealitzador és un equip electrònic que imposa una transformació no lineal al voltatge de sortida de l'anemòmetre, del tipus

$$E_L = \exp(\alpha + \beta \cdot E + \epsilon \cdot E_L) + \gamma \cdot E + \delta \tag{18}$$

en la qual  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  i  $\epsilon$  són constants ajustables discrecionalment segons el rang d'operació del linealitzador,  $E$  és el voltatge fornit per l'anemòmetre i  $E_L$  el voltatge de sortida del linealitzador. Així, l'equació [1] es transforma en una relació lineal, d'acord amb l'esquema inclòs a la Figura 4. Els linealitzadors convencionals fàcilment poden donar respostes sense distorsió fins als 100 kHz amb un error de linealització de l'ordre del 2 % per a intervals de velocitat, mesurats com  $U$  màxima/ $U$  mínima, de l'ordre de 10 (DISA-LIN, 1981). No obstant això, cal esmentar que aquests equips han d'ésser ajustats per a cada interval de treball i que la linealització no és mai total, de manera que hom pot estendre l'interval d'intensitats de turbulència mesurades, però sense assolir la precisió obtenible via conversió A/D, tal com és exposat més endavant.

La segona etapa en la interpretació dels senyals anemomètrics via mesures analògiques de  $\bar{E}$  i  $\overline{e^2}$  consisteix en l'obtenció dels termes  $\bar{U}$ ,  $\bar{V}$ ,  $\overline{u^2}$ ,  $\overline{v^2}$  i  $\overline{uv}$  a partir de les magnituds  $\bar{U}_e$  i  $\overline{u_e^2}$ . L'equació [8] expressada com

$$U_e = U \cdot F_c (1 + 2 F_t (V/U) + F_{t2}^2 (V/U)^2)^{1/2} \tag{19}$$

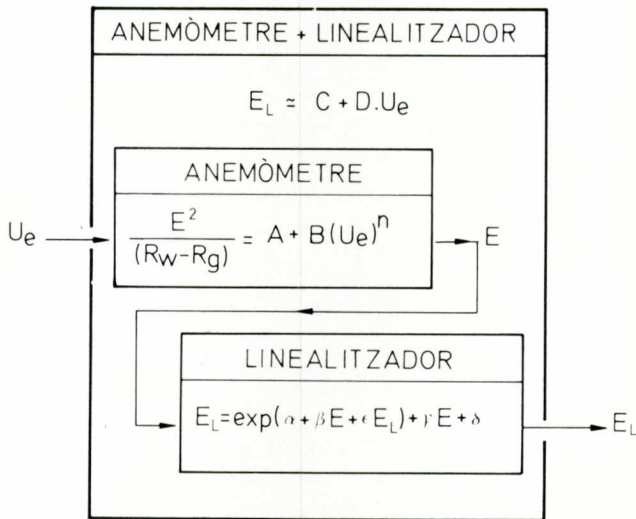


Fig. 4. Equacions de resposta per a un sistema anemomètric amb linealitzador.

pot ésser linealitzada per a obtenir

$$U_e = U \cdot F_c + V \cdot F_s \quad [20]$$

si hom menysprea el terme  $(V/U)^2$  davant del  $(V/U)$  i desenvolupa en sèrie de Taylor el terme  $(1 + 2 \cdot F_t (V/U))^{1/2}$ . L'error comès en la linealització de l'equació [19] pot ésser avaluat si hom té en compte que  $F_t \approx F_{t2}$  per a valors de  $k$  petits, amb la qual cosa l'equació [19] pot aproximar-se a

$$U_e \approx U \cdot F_c (1 + 2 F_t (V/U) + F_t^2 (V/U)^2)^{1/2} = U \cdot F_c + V \cdot F_s \quad [21]$$

i pot ésser quantificat l'error comès en el terme  $(V/U)^2$  mitjançant el quocient  $F_t^2/F_{t2}^2$ .

A tall d'exemple són deduïdes a continuació les equacions per al cas d'un fil en X situat en el camp de velocitat  $U$  i  $V$  que mostra la Figura 5. Si  $\theta_i$  i  $k_i$  són, respectivament, els angles d'inclinació i els coeficients de refredament tangencial de cada fil i  $F_{c,i}$  i  $F_{s,i}$  els valors corresponents a les equacions [4] i [5] per a cada fil, llavors hom pot establir a partir de [20] que

$$U_{e,1} = U \cdot F_{c,1} + V \cdot F_{s,1} \quad [22a]$$

$$U_{e,2} = U \cdot F_{c,2} + V \cdot F_{s,2} \quad [22b]$$

La mitjana temporal d'aquestes equacions

$$\bar{U}_{e,1} = \bar{U} \cdot F_{c,1} + \bar{V} \cdot F_{s,1} \quad [23a]$$

$$\bar{U}_{e,2} = \bar{U} \cdot F_{c,2} + \bar{V} \cdot F_{s,2} \quad [23b]$$

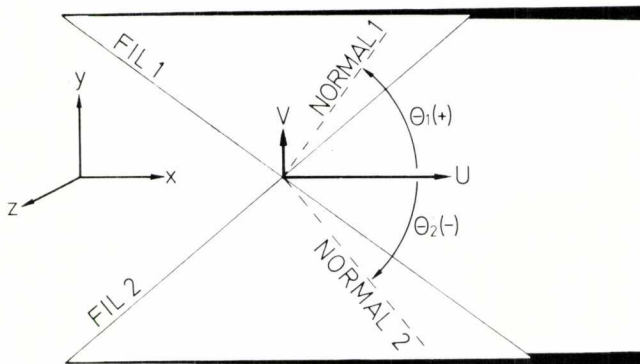


Fig. 5. Fil en X en un camp de velocitat  $U$  i  $V$ .

permet de calcular fàcilment  $\bar{U}$  i  $\bar{V}$ . Restant les equacions [22] i [23] hom obté

$$u_{e,1} = u \cdot F_{c,1} + v \cdot F_{s,1} \quad [24a]$$

$$u_{e,2} = u \cdot F_{c,2} + v \cdot F_{s,2} \quad [24b]$$

les quals en sumar-les i restar-les donen

$$u_{e,1} + u_{e,2} = u(F_{c,1} + F_{c,2}) + v(F_{s,1} + F_{s,2}) \quad [25a]$$

$$u_{e,1} - u_{e,2} = u(F_{c,1} - F_{c,2}) + v(F_{s,1} - F_{s,2}) \quad [25b]$$

De les equacions [24] i [25] elevades al quadrat i amitjanades, hom obté el sistema d'equacions

$$\frac{u_{e,1}^2 + u_{e,2}^2 + 2 \overline{u_{e,1} \cdot u_{e,2}}}{u^2(F_{c,1} + F_{c,2}) + v^2(F_{s,1} + F_{s,2}) + \overline{uv}(F_{c,1} + F_{c,2})} (F_{s,1} + F_{s,2}) = \quad [26]$$

$$\frac{u_{e,1}^2 + u_{e,2}^2 - 2 \overline{u_{e,1} \cdot u_{e,2}}}{u^2(F_{c,1} - F_{c,2}) + v^2(F_{s,1} + F_{s,2}) + \overline{uv}(F_{c,1} - F_{c,2})} (F_{s,1} - F_{s,2}) = \quad [27]$$

$$\overline{u_{e,1}^2 - u_{e,2}^2} = u^2(F_{c,1}^2 - F_{c,2}^2) + v^2(F_{s,1}^2 - F_{s,2}^2) + \overline{uv}(F_{c,1} \cdot F_{s,1} - F_{c,2} \cdot F_{s,2}) \quad [28]$$

El terme  $\overline{u_{e,1} \cdot u_{e,2}}$  pot ésser calculat tenint en compte que, segons l'equació [14],  $u_e = c \cdot e$  i, per tant,

$$\overline{u_{e,1} \cdot u_{e,2}} = c_1 \cdot c_2 \cdot \overline{e_1 e_2} = (c_1 \cdot c_2 / 4) ((e_1 + e_2)^2 - (e_1 - e_2)^2) \quad [29]$$

Els voltatges  $(e_1 + e_2)^2$  i  $(e_1 - e_2)^2$  poden ésser mesurats a través d'un condicionador de senyal (DISA-SC, 1976) que duu a terme l'operació anàlogica de suma i resta de  $E_1$  i  $E_2$ , després de la qual hom pot obtenir els voltatges fluctuants suma i resta,  $(e_1 + e_2)^2$  i  $(e_1 - e_2)^2$ , amb un voltímetre RMS.

Finalment, del conjunt d'equacions [26], [27] i [28] hom pot aïllar els valors de  $\overline{u^2}$ ,  $\overline{v^2}$  i  $\overline{uv}$ . D'altra part, si  $F_{c,1} = F_{c,2} = F_c$  i  $F_{s,1} = -F_{s,2} = F_s$ , aquestes equacions poden ésser reordenades per a obtenir directament

$$\overline{u^2} = (1/4 F_c^2) (\overline{u_{e,1}^2} + \overline{u_{e,2}^2} + 2 \overline{u_{e,1} \cdot u_{e,2}}) \quad [30]$$

$$\overline{v^2} = (1/4 F_s^2) (\overline{u_{e,1}^2} + \overline{u_{e,2}^2} - 2 \overline{u_{e,1} \cdot u_{e,2}}) \quad [31]$$

$$\overline{uv} = (1/4 F_c F_s) (\overline{u_{e,1}^2} - \overline{u_{e,2}^2}) \quad [32]$$

Raonaments idèntics es poden fer per a les mesures obtingudes amb un fil recte amb el qual han estat fets mesuraments a tres angles diferents, de manera que a partir de les tres lectures de  $\bar{E}$  i  $\bar{e}^2$  hom pot calcular  $\bar{U}$ ,  $\bar{V}$ ,  $\overline{u^2}$ ,  $\overline{v^2}$  i  $\overline{uv}$ .

*Equacions de Resposta Completes (CTA).* Si hom disposa d'un sistema de conversió A/D, la interpretació dels senyals anemomètrics esdevé directa sen-

se necessitat de linealitzar cap de les equacions [1] o [8]. Per a cada instant de temps i cada un dels senyals anemomètrics digitalitzats hom calcula la velocitat efectiva de refredament instantània a través de la calibració de l'anemòmetre, equació [1]. Com que per a cada  $U_e$  hom pot establir una equació com la [8], poden ésser calculats els valors de les velocitats instantànies. Considerem, per exemple, el cas d'un fil en X. Si M és la longitud de les dades enregistrades a intervals de temps  $\Delta t$ , per  $m=1,2,\dots,M$ , hom pot establir per a cadascun dels dos fils de la sonda que

$$U_{e,i}(m) = ((E_i^2(m)/(R_{w,i} - R_{g,i}) - A_i)/B_i)^{1/n_i} \quad [33]$$

$$i=1,2$$

de manera que U i V per a cada instant de temps poden ésser calculades del parell d'equacions

$$U_{e,i}(m) = U(m) \cdot F_{c,i} (1 + 2 F_{t,i} (V(m)/U(m)) + F_{t2,i}^2 (V(m)/U(m))^2)^{1/2} \quad [34]$$

$$i=1,2$$

Els valors mitjana temporal i RMS seran

$$\bar{U} = (1/M) \sum_{m=1}^M U(m) \quad [35]$$

$$\bar{V} = (1/M) \sum_{m=1}^M V(m) \quad [36]$$

$$\overline{u^2} = (1/M) \sum_{m=1}^M (U(m) - \bar{U})^2 = (1/M) \sum_{m=1}^M U^2(m) - \bar{U}^2 \quad [37]$$

$$\overline{v^2} = (1/M) \sum_{m=1}^M (V(m) - \bar{V})^2 = (1/M) \sum_{m=1}^M V^2(m) - \bar{V}^2 \quad [38]$$

$$\begin{aligned} \overline{uv} &= (1/M) \sum_{m=1}^M (U(m) - \bar{U})(V(m) - \bar{V}) = \\ &= (1/M) \sum_{m=1}^M U(m) \cdot V(m) - \bar{U} \cdot \bar{V} \end{aligned} \quad [39]$$

A la Taula I hom compara valors de velocitats mitjanes i d'intensitat de turbulència obtinguts usant les equacions completes amb els obtinguts usant les equacions linealitzades.

TAULA I

Valors de les velocitats mitjanes i d'intensitats de turbulència usant les equacions completes o el model linealitzat.

Anemòmetre	Equacions completes				Equacions linealitzades	
	$U_{\min}$	U	$U_{\max}$	Int. Tur.	U	Int. Tur.
1	3.35	6.84	8.66	1.88	6.84	1.94
2	2.86	6.98	10.08	3.71	6.98	3.59
3	2.30	7.13	10.35	6.30	7.12	6.41
4	1.92	6.92	10.54	9.33	6.92	9.49
5	1.13	6.79	11.55	12.31	6.74	11.07
6	1.00	6.62	11.90	16.85	6.55	17.51
7	1.07	6.03	11.75	20.97	5.92	21.85
8	1.01	5.44	10.92	23.43	5.29	24.92

(Les unitats per a la velocitat són m/s, i per a la intensitat de turbulència, %)

Els mesuraments han estat fets amb un conjunt de vuit sondes anemomètriques normals, equiespaiades des de la part més exterior del deixant\* d'un cilindre (anemòmetre 1) fins al centre d'aquest (anemòmetre 8), a l'estació  $x/D=10$ . Els voltatges provinents dels vuit anemòmetres han estat filtrats a 2 kHz i digitalitzats a 5 kHz durant 40 segons. Els valors exactes de velocitat mínima, mitjana i màxima i d'intensitat de turbulència per a cada un dels canals, han estat obtinguts invertint per a cada instant de temps l'equació de resposta [1] corresponent, en la qual  $U_e=U$  pel fet d'ésser fils normals, i usant les equacions [35] i [37] per a obtenir les mitjanes temporals. Els valors de mitjanes i d'intensitats de turbulència per al model linealitzat han estat calculats emprant les equacions [16] i [17], on els valors  $\bar{E}$  i  $\overline{e^2}$  per a cada anemòmetre són els voltatges mitjà i RMS mesurats digitalment sobre el mateix fitxer en què han estat aplicades les equacions de resposta completes. Hom pot observar l'excel·lent concordança que, per als fils normals, hi ha entre els valors exactes i els obtinguts amb el model linealitzat, malgrat l'elevada intensitat de turbulència.

L'enregistrament digital dels senyals possibilita, a més a més d'evitar qualsevol simplificació de les equacions de resposta, la caracterització del camp instantani de velocitat, obrint les portes a tot un conjunt de tècniques d'anàlisi espectral, anàlisi condicional o de reconeixement de formes, tal com serà descrit en la segona part d'aquest article.

\* Habitualment, però incorrecta, denominat estela, traducció del terme anglès «wake».

*Rectificació dels Senyals Anemomètrics (CTA).* Durant la discussió precedent hom ha assumit de manera implícita que el camp dinàmic és governat per una velocitat  $U \gg V$  per al cas de fils en X, o bé que  $U > 0$  per a fils normals, ja que l'equació [2] pot ésser escrita

$$U_e^2 = (\pm U_N)^2 + k^2(\pm U_T)^2 \quad [40]$$

la qual cosa indica que un fil sonda normal, per exemple, situat en el si d'un flux turbulent experimenta el mateix refredament sotmès a una velocitat  $U$  o bé  $-U$ . Per al cas d'un fil inclinat (vegeu la Figura 5) el límit de mesurament per a evitar la rectificació del senyal, que és tal com és anomenat l'efecte il·lustrat per l'equació [40], és expressat en funció de l'angle  $\theta$ , de manera que el senyal no sofrirà rectificació sempre que  $\text{tg}(\theta_1 - \pi/2) < V/U < \text{tg}(\pi/2 + \theta_2)$ . La rectificació dels senyals anemomètrics és una de les principals limitacions de la CTA ja que és detectable només d'una forma indirecta quan el tractament del senyal és fet digitalment, bé que no és possible de corregir-ne els efectes. Quan els mesuraments de voltatges mitjans i RMS són fets analògicament, hom no pot elucidar si en una zona d'elevada intensitat de turbulència o de probable recirculació hi ha hagut rectificació, per la qual cosa les mesures anemomètriques són poc fiables en aquests casos (Kawall *et al.*, 1983).

Una de les tècniques desenvolupades (Perry i Watmuff, 1981) per tal d'evitar la rectificació, consisteix a moure els anemòmetres a una velocitat coneguda  $U_c$ , de manera que el camp efectiu de velocitat al qual és sotmès el fil sonda és  $(U_c + U, V)$ . Si la velocitat  $U_c$  és prou gran comparada amb els valors de  $U$  i  $V$ , la rectificació, fins i tot en zones de recirculació ( $U < 0$ ), pot ésser totalment eliminada.

*Tècniques Anemomètriques Especials (CTA).* A més dels tipus de sondes a les quals ha estat feta referència, hom pot disposar d'altres tipus d'anemòmetres (DISA-PROBE, 1982) per a usos diversos: fils normals sobre suports en L, fils inclinats, sondes dobles de fils paral·lels, fils en X sobre suports en L, etc. També cal considerar les sondes especials amb compensació de temperatura, les quals permeten de fer mesuraments simultanis de velocitat i temperatura, i les sondes de tres fils (Kawall *et al.*, 1983), amb un de normal al centre de dos en X, per al mesurament dels tres components del vector velocitat  $U$ ,  $V$  i  $W$ .

Fins ara han estat considerats sempre camps de velocitat instantània bidimensionals ( $U, V$ ), però, de fet, la turbulència és sempre tridimensional, ja que, estant lligades  $U, V$  i  $W$  per l'equació de continuïtat  $\partial U/\partial x + \partial V/\partial y + \partial W/\partial z = 0$ , les fluctuacions de  $U$  i  $V$  han d'anar sempre acompanyades de fluctuacions de  $W$ , encara que les condicions experimentals facin que  $\bar{W} = 0$ . De fet, l'equació [2] hauria d'ésser escrita

$$U_e^2 = U_N^2 + k^2 U_T^2 + U_B^2 \quad [41]$$

En aquesta equació,  $U_B$  és el component binormal del vector velocitat que refreda el fil sonda. Llavors, si  $U_B = W$ , l'equació [8] es transforma en

$$U_e^2 = U^2 \cdot F_c^2(1 + 2 F_t(V/U) + F_{t2}(V/U)^2) + W^2 \quad [42]$$

Evidentment, en les situacions en què  $\bar{W} = 0$  i  $\bar{U} \gg 0$ , hom pot assumir que si la intensitat de turbulència no és desmesuradament gran, el terme  $W^2 = w^2$  pot ésser menyspreat davant el terme en  $U^2$  ja que  $U^2 = (\bar{U} + u)^2 = \bar{U}^2 + u^2 + 2\bar{U}u \gg w^2$ . Tanmateix, quan hom cerca la resolució completa del camp de velocitats, amb l'ajut d'una sonda de tres fils i mitjançant tractament digital dels corresponents senyals, pot establir un conjunt de tres equacions com la [42] d'on pot aïllar els valors dels tres components del vector velocitat  $U$ ,  $V$  i  $W$ . Els detalls d'aquesta tècnica, així com una exhaustiva discussió dels efectes de la rectificació sobre les sondes anemomètriques, la trobarà el lector en el treball de Kawall *et al.*, (1983).

*Calibració dels Anemòmetres (CTA)*. La relació establerta entre la velocitat efectiva de refredament d'un fil sonda i el voltatge produït per l'anemòmetre és la de l'equació [1], mentre que la dependència angular és expressada per l'equació [8]. Com que els valors del coeficient de refredament tangencial  $k$  publicats a la bibliografia per a una sonda determinada són aproximats, com també ho és el valor de disseny de l'angle d'inclinació d'un fil sonda respecte al seu suport, és recomanable de fer una calibració absoluta de cadascuna de les sondes a usar (Compte-Bellot, 1976).

Així, si hom disposa d'un flux potencial de velocitat coneguda  $U = \bar{U}$ ,  $V = 0$  i  $W = 0$ , tal com el mostrat a la Figura 6a, dins el qual ha estat situat un fil que hom vol calibrar en termes de velocitat i orientació angular, les dades experimentals de voltatge  $\bar{E}$ , inclinació  $\theta_c$  i velocitat  $\bar{U}$  poden ésser ajustades linealment segons l'equació que resulta de substituir la velocitat  $U_e$  expressada per [8] a l'equació [1],

$$y = A + B \cdot x \quad [43a]$$

$$y = \bar{E}^2 / (R_w - R_g) \quad [43b]$$

$$x = (\bar{U} \cdot \cos(\theta_c + \theta_o) \cdot (1 + k^2 \cdot \text{tg}^2(\theta_c + \theta_o))^{1/2})^n \quad [43c]$$

on  $A$  i  $B$  són les constants de l'equació [1], obtingudes per regressió lineal de les dades,  $n$  l'exponent de l'equació [1],  $k$  el factor de refredament tangencial de l'equació [2] o [8] i  $\theta_o = \theta_1$  ó  $\theta_2$ , és la inclinació de cada un dels fils respecte a l'eix del suport de la sonda. Els valors de  $n$ ,  $k$  i  $\theta_o$  han d'ésser obtinguts per optimització de l'equació [43], de manera que es minimitzin les desviacions quadràtiques de les dades a l'entorn de la recta de regressió. Un simple algoritme d'optimització d'una sola variable (Beveridge i Schetcher, 1970), aplicat successivament a  $n$ ,  $\theta_o$  i  $k$ , convergeix en poques iteracions.

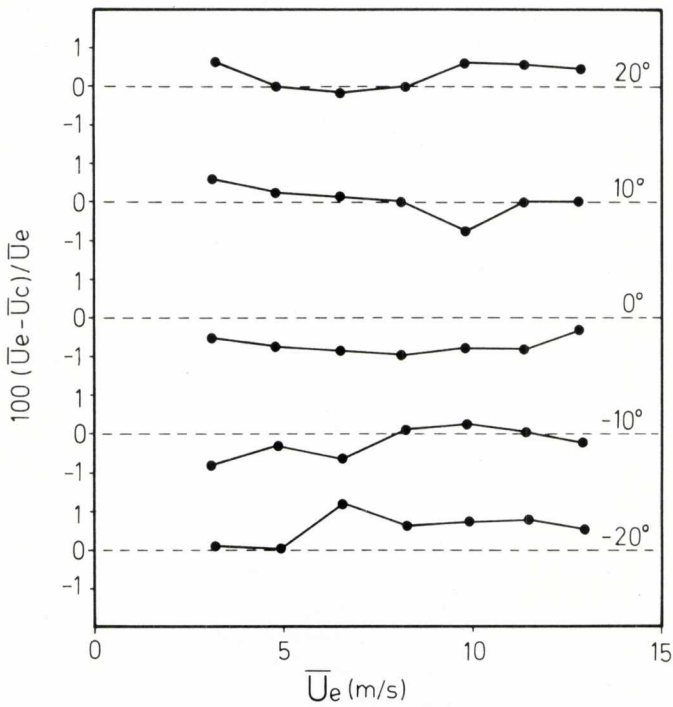
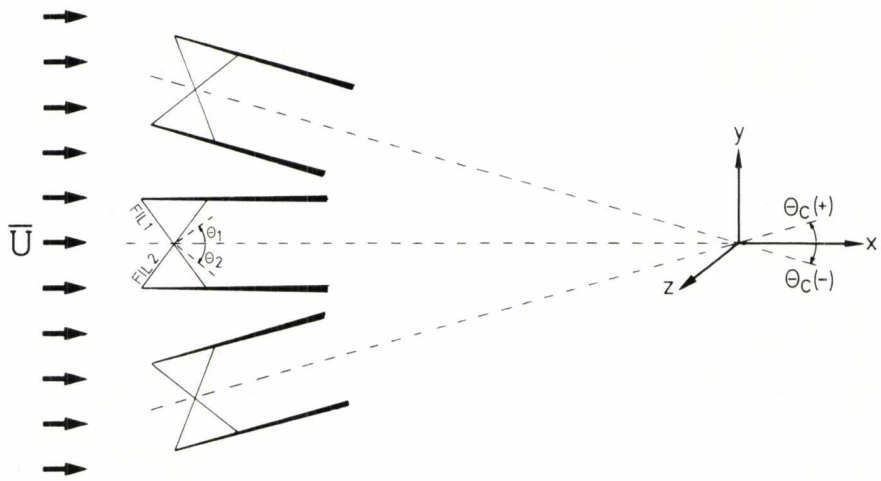


Fig. 6. Calibració. (a): posició dels fils en X durant la calibració. (b): calibració d'un fil sonda d'un anemòmetre en X.



La velocitat  $U$  pot ésser adequadament mesurada amb l'ajut d'un tub de Pitot i una cèl·lula de pressió diferencial o un manòmetre de branca inclinada, sempre que les velocitats siguin superiors a 2 m/s, ja que per a velocitats menors la sensibilitat del tub de Pitot disminueix dràsticament. Els angles de calibració  $\theta_c$ , han d'ésser tals que no s'hi produeixi rectificació durant la calibració.

A la Taula II són presentats els paràmetres obtinguts durant la calibració d'una de les dues sondes d'un anemòmetre en  $X$ , per a velocitats entre 3 i 12 m/s i angles  $\theta_c = -20^\circ, -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$ . A la Figura 6b hom mostra les desviacions de la calibració respecte a la velocitat mesurada amb un tub de Pitot, per a cada un dels angles i velocitats emprats durant la calibració. El coeficient de correlació de la regressió lineal (equació [43a]) és proper a la unitat ( $r=0.9999$ ), i només un punt presenta una desviació superior a l'1 %, la qual cosa confirma la qualitat de la regressió.

TAULA II  
Calibració d'un fil sonda d'un anemòmetre en  $X$ .

$R_w$	= 3.705	(ohms)
$R_g$	= 6.68	(ohms)
$A$	= 1.9946	(volts/ohm)
$B$	= 1.3714	(volts/ohm)
$n$	= 0.439	
$\theta_o$	= $-35.1^\circ$	
$k$	= 0.01	

Dels diferents paràmetres determinats durant la calibració,  $\theta_o$  i  $k$  depenen fonamentalment de les característiques geomètriques del fil sonda,  $n$  depèn principalment del rang de velocitats cobert per la calibració ( $0.3 < n < 0.6$ ) i  $A$  i  $B$  depenen fortament de la temperatura del fil sonda així com de la temperatura i les propietats físiques del fluid. Per aquesta raó, les calibracions han d'ésser fetes en unes condicions tan properes a les experimentals com sigui possible. Si durant l'experimentació o entre calibració i experimentació hom observa variacions en la temperatura del fluid inferiors a  $5^\circ\text{C}$ , aquestes poden ésser adequadament compensades a través del valor de  $R_g$  de l'equació [1]. Per a variacions de temperatura majors, és convenient de modificar l'equació de resposta del fil calent (equació [1]) de forma adequada (Perry, 1982).

Finalment cal tenir en compte que la calibració d'un anemòmetre depèn fortament del procés d'embrutament per adherència de partícules de pols sobre el fil i de l'envelliment produït pels canvis bruscs de temperatura a què és sotmès el fil sonda. Per tant, és recomanable que abans d'utilitzar per primera vegada un fil sonda nou, aquest sigui sotmès a un procés d'envelliment, el

qual consisteix a mantenir el fil en operació continuada de mesurament en el si del flux fins que hom no observi variació en la seva resistència,  $R_g$ . Aquest procés pot durar de 4 a 8 hores. A més a més, en períodes llargs d'experimentació, o després d'un temps de no utilització de les sondes, és convenient de recalibrar-les, si més no, obtenint nous valors de les constants A i B de l'equació [1], tot conservant els valors dels altres paràmetres obtinguts a la calibració primera i més completa.

### *Termoanemometria de corrent constant (CCA)*

L'esquema bàsic d'un termoanemòmetre de corrent constant (CCA) és similar al de l'anemòmetre de temperatura constant (CTA), tal com podem observar a la Figura 7. Aquí, però, la descompensació instantània del pont de Wheatstone no serveix per a realimentar el circuit, sinó que és un mesurament directe, un cop amplificat, de la variació de la resistència del sensor i, així, de la temperatura del fluid que l'envolta.

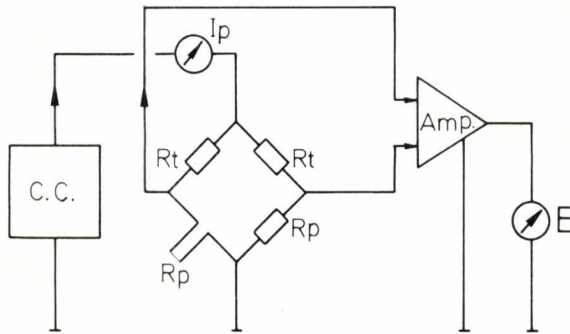


Fig. 7. Esquema d'un termoanemòmetre operant a intensitat constant (CCA).

La variable crítica per al bon funcionament d'un termoanemòmetre és la intensitat que circula pel sensor. Si aquesta és gran, la variació de voltatge a la sortida del CCA és major, per a un determinat canvi de temperatura, que no pas quan aquella és més petita. Ara bé, una intensitat massa gran pot fer que el fil sonda no tan sols sigui sensible a canvis de temperatura sinó també als de velocitat. Per això cal operar a un valor de  $I_p$  (intensitat que circula pel sensor) que, tot donant una sensibilitat ( $\Delta E/\Delta T$  en  $mV/^\circ C$ ) suficient al termoanemòmetre, no l'escalfi tant que sigui sensible al refredament convectiu. El valor de  $I_p$  pot ésser determinat experimentalment (DISA-CCA, 1971) per a un interval de velocitats de flux tot cercant un valor d'intensitat que proporcioni una  $R_p$  (resistència del sensor) que no depengui de la velocitat del flux

en què és mesurada aquella resistència. Amb el sistema 55M20 de DISA hom pot assolir fàcilment sensibilitats de l'ordre de  $-100\text{mV}/^\circ\text{C}$  per a fluxos turbulents amb intensitats de turbulència fins al 10 %. En aquestes condicions d'operació, la temperatura del fil sonda és pràcticament igual a la del fluid, al contrari d'allò que succeïa a la CTA, de manera que hom acostuma a anomenar també la CCA «anemometria de fil fred», per contraposició a la CTA que és «anemometria de fil calent». No obstant això, ací denominarem genèricament anemometria de fil calent (HWA) la CTA i la CCA, ja que històricament ambdues neixen usant fils calents per al mesurament de velocitats, bé que posteriorment la CTA sigui usada per al mesurament de velocitats i la CCA per al de temperatures.

Els sensors usats en un CCA són de característiques similars a les sondes normals de velocitat, bé que tenen resistències majors (de l'ordre de  $50\ \Omega$ ), i l'element sensible és de dimensions més reduïdes (diàmetre =  $1\ \mu\text{m}$ , longitud =  $0.4\ \text{mm}$ ) i construït de platí. A causa que el circuit del CCA no és realimentat com el del CTA, la màxima freqüència observable es redueix sensiblement, i és normalment de  $3\ \text{kHz}$  (DISA-CCA, 1971). Ara bé, el tipus de circuit emprat proporciona una equació de resposta del termoanemòmetre lineal

$$\Delta E/\Delta T = -A \cdot I_p \cdot R_{20} \cdot \alpha_{20} \cdot R_T / (R_p + R_T) \quad [44a]$$

en la qual  $A$  és el guany de l'amplificador,  $R_{20}$  la resistència del sensor a  $20\ ^\circ\text{C}$  ( $\Omega$ ),  $\alpha_{20}$  el coeficient de temperatura de la resistència ( $1/^\circ\text{C}$ ),  $R_T$  la resistència fixa ( $\Omega$ ) i  $R_p$  la resistència mesurada del sensor ( $\Omega$ ). Valors típics d'aquestes magnituds per al sistema 55M20 de DISA són  $A=6000$ ,  $\alpha_{20}=0.0035$ ,  $R_T$  i  $R_p=50$ , de manera que aproximadament

$$\Delta E/\Delta T\ (\text{mV}/^\circ\text{C}) = -500 \cdot I_p\ (\text{mA}) \quad [44b]$$

Així, si  $I_p$  assoleix valors en l'interval  $0-3\ \text{mA}$ , la sensibilitat del termoanemòmetre pot arribar a ésser de  $-1500\ \text{mV}/^\circ\text{C}$ . Hom pot observar que un augment de temperatura correspon a una disminució de voltatge, contràriament a allò que succeïa en la CTA. A més, les variacions de temperatura sempre han estat presentades (equació [44]) com a increments, ja que hom pot sumar un voltatge arbitrari a la sortida de l'anemòmetre sense alterar-ne la sensibilitat. La calibració en aquest cas es redueix a una simple regressió lineal de voltatges vs. temperatures.

Les característiques lineals de la resposta i el fet que essent la temperatura un escalar no presenta dependències direccionals en el si del flux, simplifiquen notablement la interpretació dels senyals termoanemomètrics respecte a la dels senyals de velocitat. Així, pel que fa al càlcul dels valors mitjà i fluctuant, hom pot establir una analogia total entre l'equació de resposta linealitzada

d'un CTA (equació [12]) i l'equació de resposta d'un termoanemòmetre (equació [44]), excepte pel que fa a la dependència direccional. El càlcul de valors instantanis mitjançant l'ús d'un convertidor A/D pot ésser dut a terme fàcilment a partir de l'equació [44].

Les mesures puntuals i instantànies que proporcionen els termoanemòmetres són de cabdal importància en la mecànica dels fluids per dues raons. En primer lloc proporcionen una mesura del camp de temperatura, de manera que quan aquest és present en el flux com a contaminant passiu, hom pot establir tot un conjunt d'analogies entre la transferència de matèria i de calor. Això és especialment important, ja que el mesurament directe de concentracions instantànies en el si de fluxos turbulents acostuma a ésser tècnicament força més difícil que l'aplicació de la termoanemometria. En segon lloc la mesura de períodes d'ocurrència de pas de paquets de fluid fred i de calent és una eina fonamental i simple per a l'estudi de la intermitència en la zona de barreja de jets, deixants i fluxos tipus capa límit, així com per a l'estudi de les estructures coherents de la turbulència, tal com presentarem en la segona part d'aquest article.

### *Anemometria Làser-Doppler (LDA)*

L'efecte Doppler de desplaçament de la freqüència de la llum emesa per un cos en moviment ha estat utilitzada des del començament del segle per a mesurar la velocitat d'allunyament i de rotació de cosos celests a partir del desplaçament cap al roig en l'espectre de la llum que emeten.

El mesurament de la velocitat d'objectes terrestres, a causa de llur poca velocitat, no fou dut a terme fins que el desenvolupament del làser proporcionà una font lumínica brillant de banda espectroscòpica molt estreta. Cumins *et al.* (1964), en l'estudi del moviment brownià de partícules en suspensió aquosa, observaren un desplaçament de la llum emesa per un làser i dispersada per les partícules. El mateix any, Yeh i Cumins (1964) demostraren la possibilitat de mesurar la velocitat de fluids en moviment. A partir d'aquests treballs, l'Anemometria Làser-Doppler (LDA) s'ha convertit en un instrument de recerca en mecànica de fluids alhora que han estat introduïdes millores en el disseny òptic dels sistemes, així com en el processament dels senyals obtinguts en els mesuraments. Per a un examen més ampli dels sistemes LDA, poden ésser consultats els articles de Buchhave *et al.* (1979) i Stevenson (1982), així com els llibres de Durst *et al.* (1981) i Durani i Greated (1976). Hom pot trobar una descripció detallada de les característiques tècniques dels equips a TSI-LVS (1980) i a DISA-LDA (1983).

*Fonaments.* Els anemòmetres LDA mesuren la velocitat del flux detectant el canvi de freqüència per efecte Doppler de la llum dispersada (*scatterized light*) per les partícules que arrossega el flux i que travessen un petit volum

de mesura, definit per la intersecció de dos raigs plans de làser. El desplaçament de freqüència és mesurat com la diferència de freqüències entre dues fonts lumíniques. Quan les ones lluminoses provinents de les dues fonts se superposen sobre la superfície del fotodetector, el procés de barreja heterodina dels dos trens d'ona proporciona la mesura de la diferència de freqüències de les dues fonts, ja que les altres freqüències presents són massa grans per a ésser detectades pel fotodetector (TSI-LVS, 1980).

A la Figura 8 es presenta esquemàticament un sistema LDA. La velocitat en un punt és  $\vec{U}(U, V, W)$ , i les ones planes de làser són descrites pels vectors d'ona  $\vec{k}_1$  i  $\vec{k}_2$ . La llum dispersa és emesa en totes les direccions amb major o menor intensitat en funció de la relació entre el diàmetre de partícula i l'espaiat de les franges d'interferència creades en la intersecció dels dos raigs de làser (DISA-LDA, 1983). En general, però,  $\vec{k}_s$  és el vector d'ona de la llum dispersa, el qual és seleccionat enfocant des d'un punt de l'espai l'òptica que condueix la llum dispersa al fotodetector. El desplaçament Doppler de freqüència,  $f_D$ , entre la llum rebuda per les partícules en el volum de mesura,  $\vec{k}_1$  o  $\vec{k}_2$ , i la llum emesa,  $\vec{k}_s$ , és donat per la relació

$$f_D = \vec{U} \cdot (\vec{k}_s - \vec{k}_i) / \lambda \quad [45]$$

$i=1,2$

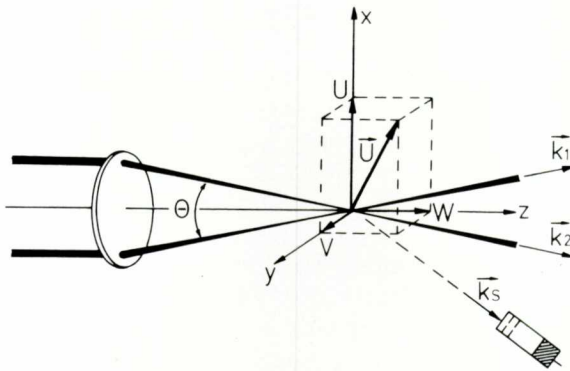


Fig. 8. Eixos de coordenades i sistema LDA.

en la qual  $\lambda$  és la longitud d'ona de la font de làser. Només per a velocitats molt grans aquest desplaçament és mesurable directament amb un interferòmetre. Per aquesta raó, la tècnica habitual de mesurament consisteix a recollir dos raigs de llum dispersa i/o emesa per combinar-los sobre el fotodetector, el qual detectarà la diferència de freqüències dels dos raigs recollits.

En la pràctica, la separació del raig de làser en dos raigs i la recombinació sobre el fotodetector dels raigs dispersos pot ésser feta de diferents maneres. Les més comunes són les denominades raig de referència (*reference beam*) i raig doble (*dual beam*). Operant amb raig de referència, un raig de llum dispersa es combina amb un raig de referència provinent directament del làser. La llum dispersa i el raig de referència es barregen sobre el fotodetector, produint-hi un corrent funció de la diferència de freqüències entre ambdós, o sigui, del desplaçament Doppler. Tanmateix, els avantatges que presenta la tècnica de raig doble, pel que fa a la facilitat d'alineació i a la independència direccional del desplaçament Doppler detectat, han fet que aquesta tècnica sigui la més emprada per a mesuraments LDA.

*Sistema LDA de Raig Doble.* L'anemometria LDA de raig doble combina els raigs de llum dispersa emesos per una o més partícules que travessen el volum de mesura creat pels raigs de làser que s'encreuen (figura 8). Si  $\vec{k}_1$  i  $\vec{k}_2$  són els vectors d'ona dels raigs incidents, i  $\vec{k}_s$  és el vector d'ona de la llum dispersa que el sistema òptic condueix al fotodetector, llavors

$$f_{D1} = \vec{U} \cdot (\vec{k}_s - \vec{k}_1) / \lambda \quad [46a]$$

$$f_{D2} = \vec{U} \cdot (\vec{k}_s - \vec{k}_2) / \lambda \quad [46b]$$

essent  $f_{D1}$  i  $f_{D2}$  els desplaçaments Doppler produïts per la dispersió dels raigs  $k_1$  i  $k_2$ . La combinació heterodina sobre el fotodetector dels dos raigs de llum dispersa proporcionarà una mesura de la diferència de desplaçaments Doppler

$$f_D = f_{D2} - f_{D1} = \vec{U} \cdot (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) / \lambda \quad [47]$$

En el sistema de coordenades de la Figura 8, l'expressió [47] es redueix a

$$f_D = U \cdot 2 \sin(\theta/2) / \lambda \quad [48]$$

La freqüència detectada és independent de la direcció des d'on és recollida la llum dispersa ( $\vec{k}_s$ ), i permet, així, que el fotodetector tant pugui ésser emplaçat en *forward scatter*, recollint la llum dispersa amb una òptica diferent de la d'enfocament del làser, com en *backscatter*, recollint la llum dispersa amb la mateixa òptica d'enfocament. Tal com ja ha estat mencionat anteriorment, la llum dispersada per les partícules que travessen el volum de mesura és emesa amb diferent intensitat cap a cadascuna de les direccions possibles. Per això, en general, hom només treballa amb *backscatter* quan no pot situar l'òptica del fotodetector a l'altre costat de la zona de mesurament, ja que la radiació emesa en *forward scatter* supera l'emesa en *backscatter* per un factor de 100-1000 (DISA-LDA, 1983). La recollida de llum en *forward scatter* proporciona una millor relació soroll/senyal, alhora que l'operació en *backscatter* necessita làsers més potents i òptiques més complexes.

La relació entre la freqüència mesurada  $f_D$  i la velocitat  $U$  del flux és lineal, i el factor de calibració  $C$ , definit per

$$C = U/f_D = \lambda / (2 \sin (\theta/2)) \quad [49]$$

coincideix amb la separació entre dos màxims consecutius de les franges d'interferència (Figura 9) dels dos raigs en el volum de mesura (DISA-LDA, 1983). El factor de calibració depèn només de l'angle d'incidència dels raigs i de la longitud d'ona a la qual emet el làser i, per tant, és determinable amb una elevada precisió sense necessitat d'una calibració tal com requeria, per exemple, la HWA.

La coincidència entre el factor de calibració i la separació entre franges d'interferència en el volum de mesura condueix a interpretar el tren d'ona provinent del fotodetector com un senyal, modulats en intensitat, produït pel pas d'una sola partícula a través de les franges d'interferència. No obstant això, quan més d'una partícula és present simultàniament en el volum de mesura, aquesta analogia no és aplicable i, per tant, cal fer-ne un ús limitat.

El volum de mesura és de forma elipsoïdal i és determinat per la intersecció dels dos raigs que, provinents del làser, han d'encreuar-se en la zona en què llur diàmetre és mínim, ja que si no fos així es produiria un increment fictici de la turbulència mesurada (Durst i Stevenson, 1979). Els raigs provinents del làser tenen una distribució gaussiana radial axisimètrica, d'intensitat màxima  $e$ . El diàmetre del raig  $d_1$ , definit com la distància entre dos punts on la intensitat sigui  $1/e^2$ , va disminuint fins al focus del sistema òptic d'enfocament, a partir del qual torna a créixer, tal com il·lustra la Figura 8. Els eixos de la zona de mesurament representada a la Figura 9 i definits per

$$d_x = d_1 / \cos (\theta/2) \quad [50a]$$

$$d_y = d_1 \quad [50b]$$

$$d_z = d_1 / \sin (\theta/2) \quad [50c]$$

tenen longituds característiques de l'ordre de 0.1, 0.1 i 0.8 mm, respectivament.

*Sistema Òptic.* A la Figura 9 mostrem els elements òptics més importants d'un sistema LDA. La llum emesa pel làser travessa primer un polaritzador que alinea els vectors elèctrics de tot el raig. Aquest és dividit en dos mitjançant un prisma de dos components, per tal d'assegurar la mateixa intensitat en els raigs sortints. A continuació hi ha dues cèl·lules de Bragg (moduladors de freqüència) (DISA-LDA, 1983) que permeten de donar als raigs làser una freqüència suplementària  $f_s$ . Aquesta freqüència farà possible de diferenciar les velocitats positives de les negatives en el flux. Una velocitat nul·la produirà una freqüència  $f_s$ , de manera que fluctuacions entorn del 0 de velocitat originaran fluctuacions de freqüència entorn de  $f_s$ . Una òptica ajustable permet

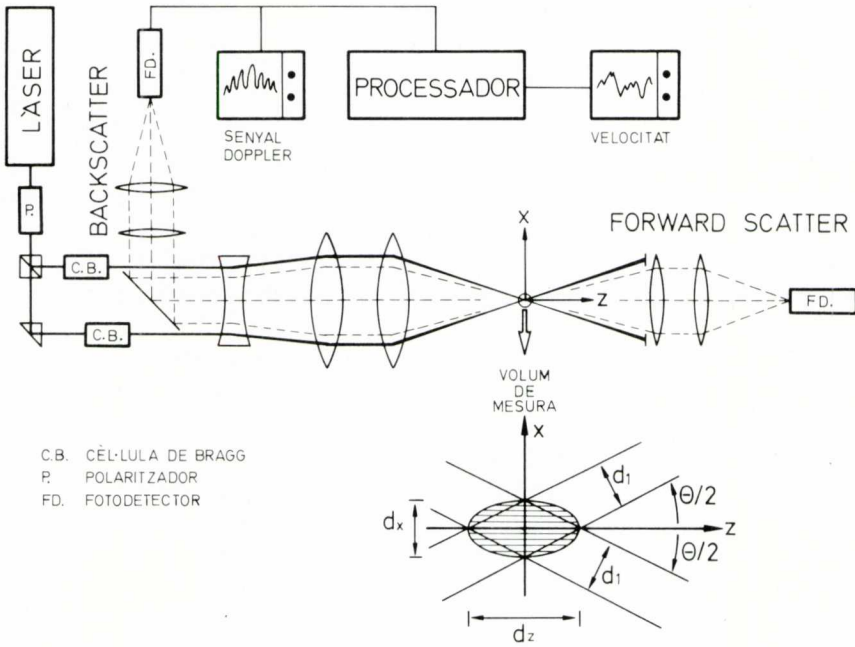


Fig. 9. Elements òptics d'un sistema LDA i dimensions del volum de mesurament.

d'alterar la separació dels raigs per controlar-ne l'angle d'intersecció  $i$ , per tant, la separació de les franges d'interferència en la zona de mesurament.

La llum dispersada per les partícules presents en el volum de mesura és recollida per un paquet de lents i després enfocada sobre el fotodetector, a través d'un petit diafragma. Cal fer notar que en el cas de *forward scatter*, els raigs provinents del làser són blocats abans d'entrar al paquet de lents, el qual només enfoca la llum dispersada.

Aquest sistema és el que hom utilitza habitualment en mecànica de fluids, ja que permet de mesurar estrictament la component de la velocitat perpendicular a les franges d'interferència. Si hom afegeix una segona zona de franges d'interferència perpendicular a la primera, obté un sistema anemomètric que permet de mesurar simultàniament dues components del vector velocitat. Per a crear dues zones de franges d'interferència hom utilitza sistemes de tres o quatre raigs. Per a poder separar la llum dispersa provinent de la zona de mesurament hom empra bé un làser de dos colors, els raigs del qual se separen amb filtres de banda estreta, o bé raigs de la mateixa longitud d'ona polaritzats ortogonalment. Actualment hom disposa a Tarragona d'un làser d'ions d'argó de dos colors.

Finalment, afegint una tercera zona de franges, hom pot arribar a construir un sistema LDA que permeti de mesurar les tres components del vector veloci-



tat (Buchhave, 1984). Quan hom no pretén de mesurar simultàniament les tres components de la velocitat, pot usar un LDA d'un sol color, col·locat a tres angles diferents respecte a la direcció del flux, la qual cosa permet de mesurar separatament tres components del vector velocitat, no necessàriament ortogonals, però sí independents.

*Tipus de Senyals i Processadors.* La llum dispersada per les partícules que travessen el volum de mesura és recollida per un fotodetector. Aquest tant pot ésser un fotomultiplicador com un fotodíode (TSI-LVS, 1980). Els fotomultiplicadors permeten de treballar a intensitats més baixes que els fotodíodes, essent aquests darrers apropiats només per a sistemes de *forward scatter*. El senyal de sortida del fotodetector és un voltatge fluctuant amb una freqüència igual a la del desplaçament Doppler,  $f_D$ . Aquest senyal pot tenir diferents formes en funció de la densitat de partícules present a la zona de mesurament, de la mida d'aquestes i de la potència del làser.

A la Figura 10 hom mostra senyals característics en absència de soroll de fons. Quan només una partícula travessa la zona de mesurament, el senyal és del tipus explosió (*burst*), tal com mostra la Figura 10a. La Figura 10b presenta el mateix senyal al qual ha estat restat el component continu mitjançant un filtre passa-alts. El component continu és anomenat pedestal i és fruit del perfil gaussià d'intensitat del làser. Els senyals tipus *burst* provinents de partícules individualitzades, es troben en fluxos amb una baixa densitat de partícules, com succeeix normalment en gasos.

Quan hi ha simultàniament més d'una partícula en el volum de mesura, el corrent provinent del fotodetector és la suma dels corrents tipus *burst* provinents de cada partícula individual. Com que les partícules estan repartides aleatòriament en el flux, els corrents individuals se sumen en fases aleatòries, amb què hom obté un senyal de fase fluctuant i una envoltant Doppler també aleatòria, tal com mostra la Figura 10c. Aquest tipus de senyal es troba principalment quan hom duu a terme mesuraments en líquids.

Els processadors de senyal són en general de dos tipus. El primer tipus és constituït pels amonjador temporals, en els quals el temps de mesurament és gran comparat amb les escales de temps corresponents a la variació de la velocitat del flux. Pertanyen a aquest grup els processadors de tipus correlacional i espectral. El segon grup de processadors inclou els mesuradors quasi-instantanis de la velocitat, en els quals el temps de mesurament és de l'ordre d'un *burst* Doppler, alhora que és menor que les escales de variació de la velocitat del flux, permetent així mesurar velocitats instantànies. Pertanyen a aquest grup els comptadors (*counters*) i els seguidors de freqüència (*trackers*).

Els processadors tipus seguidor són sensibles al canvi de la freqüència del senyal a la sortida del fotodetector. Són utilitzats especialment quan el senyal és continu (alta densitat de *burst*). Si la freqüència Doppler canvia molt ràpidament, és possible que el processador no pugui seguir la freqüència del se-

nyal, per la qual cosa presenten dificultats per a intensitats de turbulència superiors al 20 % i freqüències superiors als 50kHz. L'ús principal és en fluxos amb regions on hi hagi separació, moviments oscil·latoris i recirculació. L'ús no és recomanable per a mesuraments de turbulència amb elevada resolució o d'escala fina en fluxos amb velocitats elevades. En aquestes circumstàncies pot donar un millor rendiment la HWA si el flux és gasós.

Els processadors tipus comptador operen amb qualsevol densitat de *burst*, bé que sovint són associats amb el processament de senyals no continus (baixa densitat de *burst*), amb llargs períodes sense senyal entre *burst* i *burst*. Contenen essencialment d'un rellotge oscil·lant d'alta freqüència i un comptador que mesura el nombre de vegades que un senyal sense pedestal creua el zero (*zero-crossings*), bé per un interval de temps determinat, bé durant l'ocurrència de tot un *burst*. Els comptadors són equips d'electrònica digital, mentre que els seguidors de freqüència són equips analògics de precisió. Els comptadors no presenten restriccions pel que fa al mesurament d'elevades intensitats de turbulència, i són emprats fonamentalment per a mesuraments en túnels de vent o en situacions en les quals és difícil d'assolir una elevada concentració de partícules, com en els estudis sobre combustió, turbines o a l'interior de màquines. La màxima freqüència observable és superior a 100 kHz.

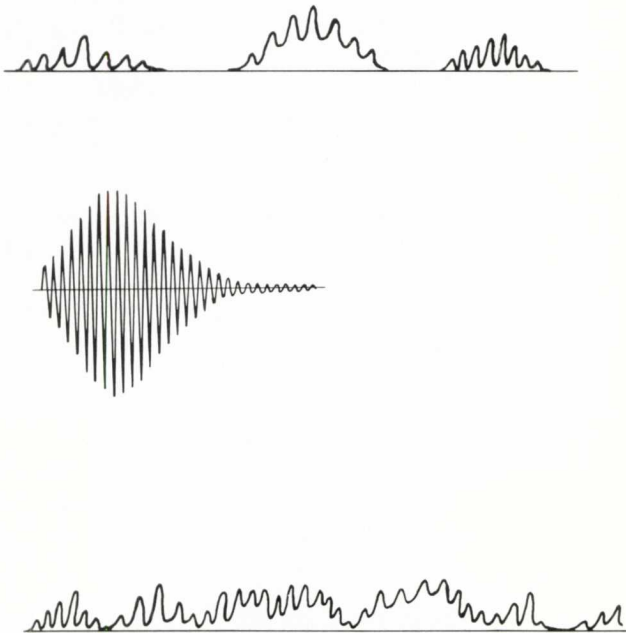


Fig. 10. Senyals doppler característics. (a): senyal per a una sola partícula. (b): senyal amb la component del pedestal filtrada. (c): senyal multipartícula.

Els processadors tipus correlació fotònica són dissenyats per a treballar a intensitats de llum dispersa extremament baixes. Els processadors de correlació d'amplituds correlacionen les amplituds del senyal per instants de temps diferents, tot proporcionant mesures de l'espectre del senyal via transformada de Fourier.

Cap dels processadors no proveeix un òptim universal en el seu ús, per la qual cosa la selecció d'un processador o un altre depèn del tipus d'experiència que cal dur a terme. Els principals criteris que cal tenir en compte són la resolució del processador, el rang de freqüències mesurables, la capacitat d'extreure el senyal del soroll de fons i la facilitat d'ús i d'interpretació dels senyals obtinguts. Finalment, cal indicar que les operacions de filtratge i mesurament de freqüències poden ésser efectuades mitjançant l'ús d'ordinadors, prèvia conversió analògico-digital dels senyals.

*Les partícules.* Les partícules transportades pel flux i que dispersen la llum provinent del làser, són la font bàsica del senyal Doppler i en determinen la qualitat. Les característiques més importants que cal tenir en compte són la relació senyal/soroll que proporcionen i la forma aerodinàmica d'elles, ja que aquesta darrera és una mesura de l'habilitat de les partícules per a seguir exactament el vector velocitat del flux. Per a presentar una bona relació senyal/soroll, les partícules han d'ésser de materials bons dispersors de la llum i han de produir raigs de llum dispersa que es puguin barrejar eficientment. Idealment caldria que fossin de la mateixa densitat que el fluid en què es dispersen, que tinguessin propietats uniformes, que tinguessin una àrea efectiva de dispersió de la llum elevada i que fos fàcil de controlar llur concentració en el fluid.

Les partícules han d'ésser introduïdes en el flux de manera que es formin aerosols o hidrosols, ja que són aquestes dispersions les que donen resultats més satisfactoris (DISA-LDA, 1983). Les partícules que dispersen millor la llum del làser són les de grandària comparable a la longitud d'ona d'aquest, ja que, quan les partícules són més grans, llur comportament es fa impredecible.

#### SISTEMES D'ADQUISICIÓ DE DADES

Les característiques de complexitat i irregularitat en el temps i l'espai que presenten els fluxos turbulents, fan necessari l'ús de convertidors analògico-digital (A/D) quan cal obtenir valors instantanis i precisos del camp turbulent de velocitat o temperatura a partir dels senyals elèctrics generats pels diferents aparells de mesurament. D'una manera més àmplia, però, hom parla de sistema d'adquisició de dades, ja que el convertidor A/D és només el cor del conjunt d'equips i dispositius que possibiliten l'enregistrament digital de la informació.

L'enregistrament analògic dels senyals de voltatge sobre una cinta magnètica pot ésser l'etapa prèvia a la digitalització, ja que, sense ésser imprescindible, pot proporcionar una major flexibilitat i economia en la gestió del volum d'informació que cal digitalitzar. Normalment la resposta dels equips de gravació analògica pot ésser espectralment plana, o sigui sense introduir distorsió, fins a freqüències de l'ordre dels 20 kHz. Com que en la majoria dels fluxos turbulents produïts en el laboratori la màxima freqüència d'interès és inferior als 10 kHz, l'enregistrament analògic d'un experiment permet la seva reproducció total en qualsevol moment. A més a més, la possibilitat de reproduir els voltatges prèviament enregistrats a una velocitat menor a la de gravació, permet que fins i tot convertidors A/D relativament lents puguin ésser emprats per a digitalitzar senyals amb un contingut espectral superior al màxim observable per conversió A/D directa en temps real.

L'ús directe de convertidors A/D, però, presenta l'avantatge que una seqüència de digitalització pot ésser activada per un senyal analògic extern al convertidor, el qual pot indicar, per exemple, l'inici del pas d'una estructura coherent. D'aquesta manera hom pot aplicar tècniques experimentals i analítiques de mostreig condicional, per tal d'obtenir mitjanes de conjunt dels senyals turbulents amb una elevada economia de temps de càlcul i un mínim volum d'informació emmagatzemada. A la segona part d'aquest article seran presentades les diferents tècniques d'anàlisi dels senyals turbulents i llur relació amb el tipus d'adquisició de dades.

*Conversió Analògico-Digital (A/D).* El convertidor A/D és un dispositiu que transforma els voltatges analògics rebuts en un codi binari emmagatzemable en la memòria d'un ordinador o sobre un suport magnètic. L'esquema bàsic de funcionament és el representat a la Figura 11. Aquests equips són constituïts normalment per un mòdul de conversió multiplexat a un conjunt d'entrades, de manera que hom pot digitalitzar consecutivament diferents senyals (canals) segons una seqüència preestablerta a intervals de temps regulars, mitjançant l'ús d'un rellotge intern d'alta precisió, o a partir de la rebuda sincrònica d'un impuls exterior. La conversió analògico-digital té lloc per l'acció d'un comptador de  $n$  bits que genera un voltatge proporcional al dígit contingut. Quan el voltatge generat és igual al rebut, el contingut del comptador, que és la traducció digital del voltatge analògic detectat, és enviat a la memòria central de l'ordinador, des d'on l'usuari pot efectuar bé les operacions de càlcul corresponents o bé l'enregistrament sobre un suport permanent.

La precisió d'un convertidor A/D és donada pel nombre de bits del seu comptador. Si aquest és de  $n$  bits, el dispositiu és capaç de distingir  $2^n$  voltatges diferents, tot proporcionant una codificació binària en l'interval de 0 a  $(2^n - 1)$ . Per tant l'error de discretització disminuirà amb el nombre de bits. Ara bé, com més bits té el comptador, més lenta és l'etapa de conversió per a cada canal, amb què és reduïda la freqüència de digitalització màxima. Aquest efecte pot ésser particularment greu si, a més a més, el convertidor ha

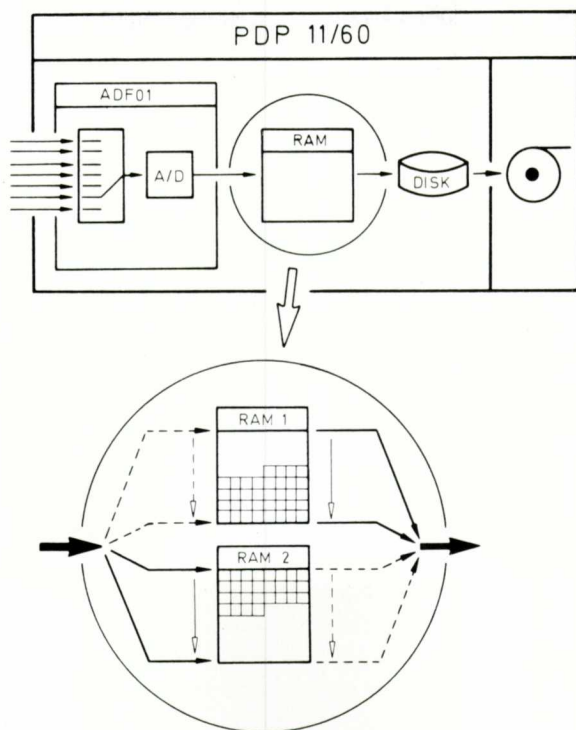


Fig. 11. Esquema d'un sistema de conversió A/D.

de multiplexar un nombre elevat d'entrades. Per exemple, el convertidor DIGITAL-ADFO1 (DIGITAL, 1982) implementat en un PDP 11/60 a Tarragona és de 12 bits, i accepta voltatges d'entrada de  $\pm 10$  V, els quals són discretitzables amb una precisió de  $(10 - (-10))/2^{12} = 0.005$  V. La conversió A/D per a un sol canal té lloc en menys de  $2.5 \mu\text{s}$ , i així assoleix freqüències màximes de digitalització de 400 kHz mitjançant l'ús d'un rellotge intern d'alta precisió de 10 MHz de pulsació. Si el convertidor ha de multiplexar 8 canals, per exemple, la freqüència màxima assolible per canal serà de 50 kHz.

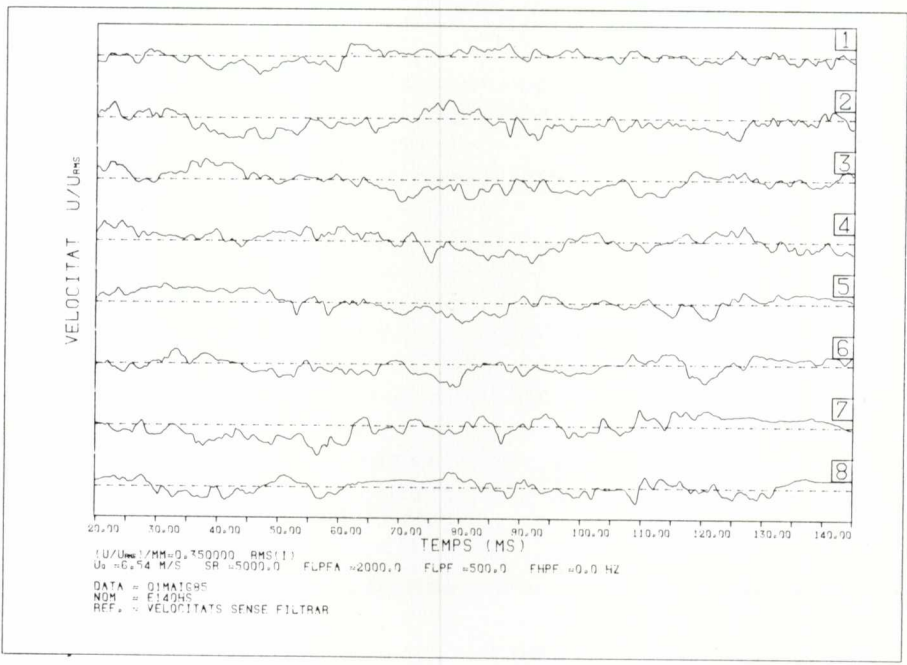
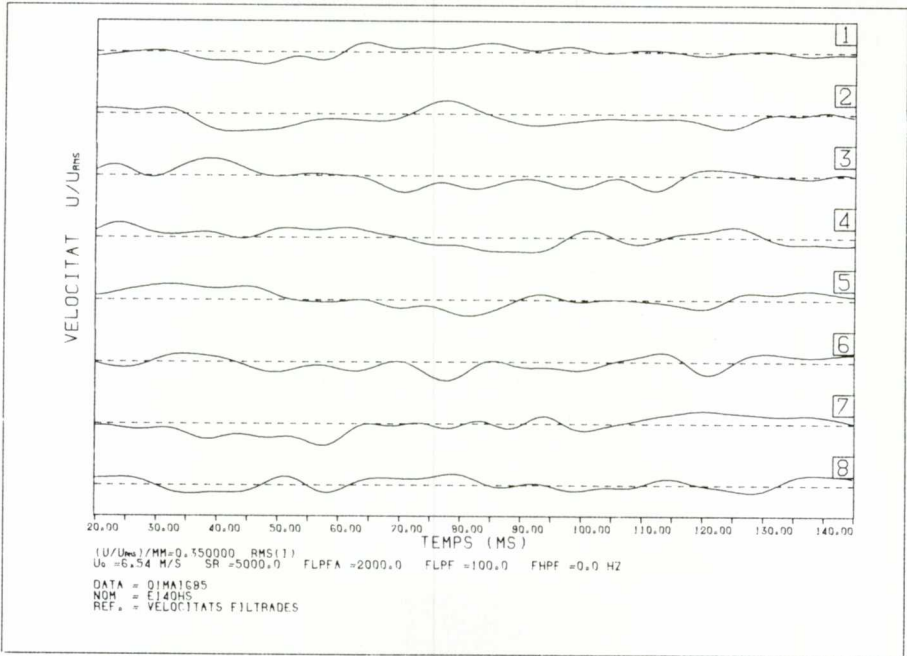
Quan cal fer la digitalització en continu i durant un interval de temps llarg, el volum de dades adquirides pot esdevenir superior a la capacitat de memòria de l'ordinador que governa el convertidor. En aquestes circumstàncies, la màxima freqüència de digitalització és limitada per la velocitat de gravació en disc, ja que el convertidor omple consecutivament dues zones de memòria, de manera que, mentre una d'elles rep dades, l'altra es buida escrivint sobre disc les dades ja digitalitzades. Aquest mecanisme, anomenat *alternate buffer*, fa que la màxima freqüència de digitalització assolible sigui fixada pel més lent dels dos processos que esdevenen simultàniament.

*Selecció de la Freqüència de Digitalització.* La freqüència de digitalització òptima per a un experiment determinat depèn de dos factors contraposats, ja que si hom emprava una freqüència de digitalització elevada per a augmentar la capacitat per a detectar el detall (l'escala fina) del flux, el temps de càlcul i el volum d'informació emmagatzemada poden créixer desmesuradament. Cal recordar, però, que qualsevol senyal continu enregistrat digitalment a intervals de temps regulars, pot ésser reconstruït totalment sempre que la freqüència a la qual ha estat digitalitzat sigui com a mínim el doble de la màxima freqüència continguda en l'espectre del senyal original. Així doncs, per tal de limitar la màxima freqüència present en qualsevol senyal analògic i permetre una digitalització més lenta sense efecte d'*aliasing* (Brigham, 1974), hom pot fer ús de filtres passa-baixos que limitin l'espectre del senyal original (Chen, 1979).

Juntament amb l'aplicació de filtres, el condicionament del senyal mitjançant l'ús de circuits de resta i amplificació pot millorar sensiblement la qualitat de les dades discretitzades. Així, mentre que la sortida de voltatge d'un anemòmetre pot oscil·lar entre 3-5 volts, la finestra d'entrada al convertidor és de  $\pm 10$  V, amb un error de discretització de 5 mV si el comptador és de 12 bits. Si el senyal original sofreix una resta de 4 V i una amplificació per 5, per exemple, les fluctuacions de l'anemòmetre cobriran l'interval  $\pm 5$  V, i l'error relatiu de discretització quedaria reduït a 1 mV. Deliberadament hem escollit en aquest exemple una amplificació per 5 en lloc de 10 per tal d'evitar el *clipping* dels senyals, o sigui, que quedin retallats per excedir els marges de voltatge acceptats pel convertidor.

A tall d'exemple, hom presenta a la Figura 12a els senyals anemomètrics de velocitat  $U$  enregistrats en el deixant llunyà d'un cilindre per un conjunt de vuit anemòmetres alineats transversalment a la direcció principal del flux i paral·lelament a l'eix del cilindre. A la Figura 12b hom pot observar els mateixos senyals filtrats digitalment sobre ordinador per un FIR passa-baixos (Chen, 1979) a 100 Hz. Les dades han estat digitalitzades a 5 kHz després d'ésser filtrades a 2 kHz. A la Figura 12c hom pot veure la mateixa informació que a la 12a, però en forma de perfils transversals instantanis de velocitat. Aquí hom pot observar clarament la diferència fonamental que hi ha entre la informació instantània i l'ajustada temporalment, ja que, mentre que la mitjana temporal mostraria un perfil completament pla, les mesures instantànies posen en relleu la complexitat del flux en tota la seva extensió.

*Sistemes Especials d'Adquisició i Anàlisi de Dades.* L'especificitat i estandardització d'alguns tipus de tècniques analítiques, com les d'anàlisi espectral i de càlcul de correlacions, han fet que siguin desenvolupats comercialment sistemes compactes d'adquisició i tractament de dades *on-line*. Els sistemes més específics per a l'estudi de la turbulència són els desenvolupats pel càlcul d'auto- i cros-correlacions mitjançant conversió A/D (DANTEC, 1984), els quals poden funcionar aïlladament o en connexió amb un ordinador principal.



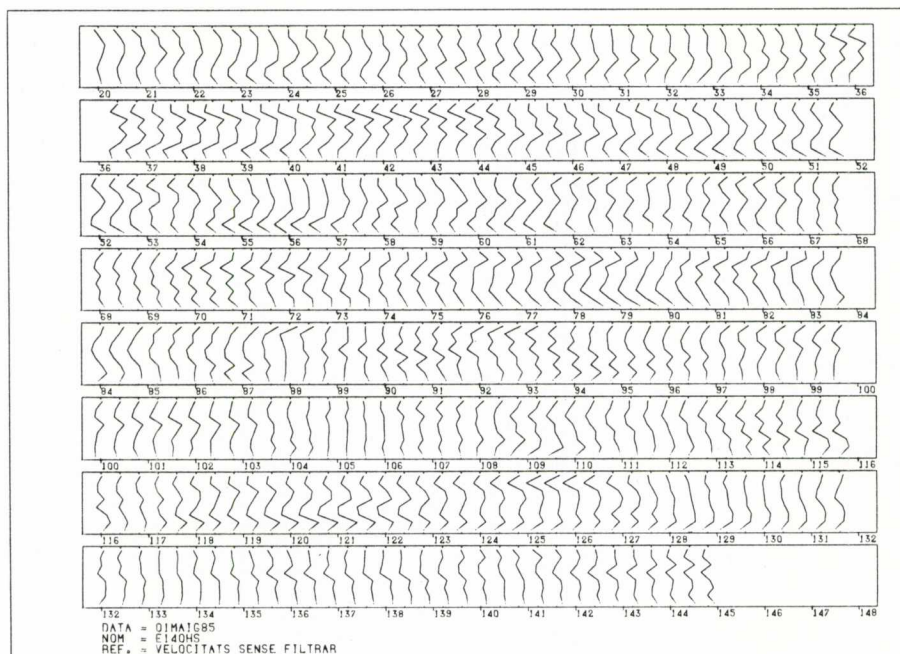


Fig. 12. Senyals de velocitat enregistrats digitalment. (a): senyals de velocitat. (b): senyals filtrats. (c): perfils instantanis de velocitat.

D'altra part, tot el conjunt d'equips analitzadors d'espectres comuns en qualsevol laboratori d'electrònica avançada pot ésser aplicat també a l'estudi de la turbulència. Cal remarcar, però, que la flexibilitat i precisió dels algorismes *off-line* de càlcul espectral supera àmpliament les prestacions dels analitzadors d'espectres.

Finalment cal assenyalar que alguns tipus d'experiments, i en particular tots aquells que responen al concepte de mostreig condicional, requereixen l'ús conjunt de convertidors A/D i de circuits de detecció/generació de pulsos, o bé de convertidors i d'equips sincrònics especials que connectin el sistema d'adquisició de dades i les parts mòbils de la maqueta generadora del flux objecte d'estudi. Aquests dispositius cauen fora de l'àmbit genèric de sistemes d'adquisició de dades tal com aquí han estat presentats, per la qual cosa el lector és pregat de dirigir-se a les referències originals (Zaman i Hussain, 1980; Perry i Watmuff, 1981) per a més informació.

## VISUALITZACIÓ

L'estudi experimental dels processos de transferència en qualsevol flux es



fonamenta en el mesurament de les magnituds físiques més rellevants (velocitat, temperatura, etc.), tal com ha estat explicat anteriorment. Tanmateix, aquests mesuraments no proporcionen d'una manera immediata una imatge completa del comportament i evolució espacial del flux, ja que usualment són mesures amitjanades i en un sol punt o punts limitats de l'espai. Per aquest motiu, les tècniques de visualització han esdevingut una eina experimental de gran vàlua en l'estudi de l'estructura dels fluxos turbulents i, en general, de la dinàmica dels fluids en moviment. La informació que proporciona la visualització d'un flux no pot ésser obtinguda fàcilment a partir de mesures anemomètriques, tenint en compte la facilitat amb què una imatge pot captar qualsevol tipus d'organització, per bé que, això sí, d'una manera no directament quantificable.

En aquest apartat, a més a més de descriure les principals tècniques de visualització, hom mostra resultats fotogràfics obtinguts a partir de visualitzacions generades en un túnel aerodinàmic, així com les visualitzacions obtingudes per simulació numèrica. A la segona part d'aquest treball seran presentats els resultats obtinguts per tractament d'imatges de visualitzacions de deixants realitzades en un túnel hidrodinàmic.

*Conceptes Previs i Classificació.* La visualització d'un flux transparent requereix la introducció d'un marcador en el si d'aquest. La informació continguda en una visualització depèn, generalment, tant del mètode d'introducció del traçador com de les tècniques de registre sensible i d'il·luminació, les quals són resumides a les Taules III, IV i V, respectivament, ja que en fluxos no estacionaris les línies de corrent, de partícula o d'emissió i les de trajectòria no són coincidents.

Una línia de corrent és sempre tangent al vector velocitat instantània, per la qual cosa el flux no circula mai creuant línies de corrent. La línia de partícula és la corba formada en un instant determinat per totes les partícules que, transportades pel flux, han passat per un mateix punt, o sigui, han estat emeses per la mateixa font. En canvi, la línia de trajectòria seria la seguida per una sola partícula emesa instantàniament. Així, si és enregistrat fotogràficament amb il·luminació flash un flux marcat per la introducció contínua d'un traçador, hi podran ésser observades línies de partícula. D'altra banda, si la il·luminació és contínua o semicontínua i l'enregistrament fotogràfic és dut a terme amb l'objectiu obert durant un determinat interval de temps, per a cada partícula de traçador emesa serà obtinguda una línia de trajectòria. Les línies de corrent només són observables directament en els fluxos estacionaris, ja que concideixen amb qualsevol de les anteriors. En fluxos no estacionaris, les línies de corrent poden ésser calculades numèricament, a partir de registres quantificables del camp instantani de velocitat (Imachi i Ohmi, 1983).

*Tècniques de Visualització en Gasos.* Els fluxos gasosos incompressibles poden ésser visualitzats mitjançant l'aplicació de tècniques de superfície o d'in-

jecció directa. Els mètodes de superfície consisteixen en recobrir la maqueta o la superfície que generarà el flux que cal estudiar amb una substància traçadora, la qual pot ésser oli mesclat amb partícules acolorides (Maltby i Keating, 1962), productes que reaccionin químicament amb el fluid, s'evaporin (Frey-muth *et al.*, 1985) o se sublimin, o que, sotmesos a un petit gradient tèrmic, canviïn de color (Klein, 1968). La col·locació de petits fils adherits sobre la superfície és també una de les tècniques emprades per a visualitzar els fluxos prop d'interfases sòlid/fluid (Crowder, 1980).

## TAULA III

## Classificació dels mètodes de visualització

equip on hom visualitza	túnels: Werlé <i>et al.</i> (1982) jets: Hampshire (1984) tancs: Taneda <i>et al.</i> (1979) canals o tubs: Shiina <i>et al.</i> (1982) equips industrials: Danckwerts <i>et al.</i> (1963)	
tipus de fluid	gasós líquid	
tipus de flux	compressible/incompressible: laminar/turbulent: simple/complex:	Merzkirch (1974)
natura del traçador	sòlida: McMahan <i>et al.</i> (1971) líquida: Griffin <i>et al.</i> (1979) gasosa: Xerequan <i>et al.</i> (1984)	
introducció del traçador	marcant àrees limitades de flux: Kasagi <i>et al.</i> (1979) generant-lo en punts discrets del flux	
posició en què s'efectua	longitudinal (pla x-y): lateral (pla y-z): transversal (pla x-z):	Merzkirch (1974)
volum d'observació	bidimensional: Kasagi <i>et al.</i> (1979) estereoscòpic: Schraub <i>et al.</i> (1956)	
temps	convectiu no convectiu	Merzkirch (1974)

TAULA IV

## Tècniques de registre

Registre sensible	Discontínu	(màquina fotogràfica) Equip cinematogràfic	Baixa i alta velocitat	Blanc/ Negre o Color
	Continu	Equip videogràfic		

TAULA V

## Tècniques d'il·luminació

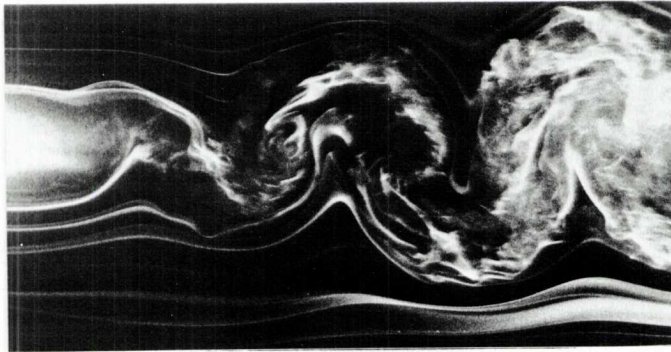
Il·luminació	Discontínua	Flash Flash estroboscòpic Llum coherent Llum ultraviolada
	Contínua	Focus Llum coherent Llum ultraviolada

L'aplicació de mètodes d'injecció directa permet de visualitzar tant fluxos lliures, semillliures i confinats com fluxos al voltant d'obstacles. Els procediments habituals consisteixen a introduir en el si del flux fum generat per combustió de cel·lulosa (Yu *et al.*, 1972), líquids atomitzats en forma de boires o aerosols provinents de l'evaporació d'hidrocarburs pesants (Mueller, 1983) o DOP (Griffin i Votaw, 1973) i boires produïdes per hidròlisi del tetraclorur de titani (Freythuth *et al.*, 1983). També poden ésser emprats com a marcadors partícules i aerosols fluorescents convenientment il·luminats amb llum ultraviolada, o bé bombolles d'heli i sabó (Mueller, 1983).

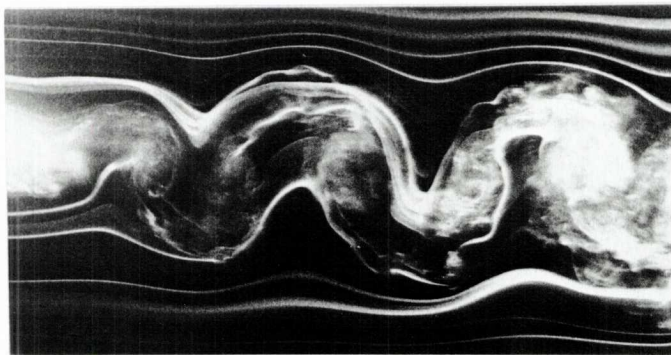
Les característiques del túnel aerodinàmic de baixa turbulència del Departament d'Enginyeria Química i Bioquímica han permès d'aplicar-hi la tècnica de visualització per injecció directa de vapors condensants. La injecció de la boira ha estat duta a terme situant en la zona de baixa velocitat del túnel, prèvia a la zona de contracció i experimentació, un conjunt d'injectors a través dels quals hom emet filaments de vapors condensants que resten visibles i definits al llarg de tota la zona d'experimentació fins a velocitats de 10 m/s (Gilbert *et al.*, 1985). La il·luminació del flux en la zona d'experimentació té lloc a través de les finestres laterals del túnel de metracrilat calibrat d'alta qualitat. El marcador de color blanc és generat per evaporació de parafina líquida, substància que, en vaporitzar-se en medi sec i inert, no és tòxica ni corrosiva.

Els vapors són refredats abans de llur injecció fins a la temperatura ambient i són filtrats, per tal d'evitar la contaminació tèrmica del flux i l'obturació dels injectors, respectivament. El sistema d'injecció utilitzat a Tarragona té forma d'ala aerodinàmica i és format per tres seccions de 60 cm acoblables modularment en qualsevol posició. El disseny inicial del túnel aerodinàmic, tot i no haver estat fet explícitament per a visualització, ha permès de superar els problemes que Ewald (1982) considera punts crítics en el disseny de túnels aerodinàmics de visualització per injecció directa del traçador, ja que hom hi incorpora inicialment una zona esmorteidora de vibracions estructurals provinents de l'aspirant i el seu motor.

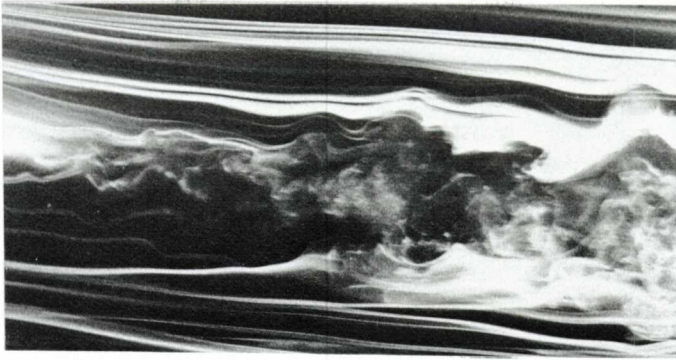
A la Fotografia 1 hom mostra la visualització del deixant proper d'un cilindre estàtic a  $Re=5000$ . Hom pot observar la generació i el posterior desenvolupament dels remolins de Kármán que es desprenen alternativament a cada costat del cilindre. Quan el cilindre gira a una velocitat perifèrica de rotació igual a la del flux potencial, Fotografia 2, hom aprecia l'augment de la veloci-



Fotografia 1. Deixant d'un cilindre estàtic.



Fotografia 2. Deixant d'un cilindre rotatori a  $U_p/U_o=1$ .



Fotografia 3. Deixant d'un cilindre rotatori a  $U_p/U_o=2$ .

tat de despreniment dels remolins i la reducció de l'amplària del deixant, així com la deflexió provocada per la rotació del cilindre. En augmentar la velocitat perifèrica de rotació fins al doble de la potencial, Fotografia 3, s'accentua la deflexió i hom observa la total inhibició del despreniment de remolins de Kármán, i l'aparició al mig deixant inferior d'un nou tipus d'estructura de freqüència més elevada.

*Tècniques de Visualització en Líquids.* La tècnica de superfície més emprada per a la visualització de líquids és la precipitació per reacció electrofòrica (Taneda *et al.*, 1979). Els mètodes d'introducció directa del traçador més habituals són: la injecció de líquids acolorits de densitat igual a la del fluid (Clayton i Massey, 1967), la introducció de partícules sòlides de baixa densitat d'estiropol, d'alumini (Sallam *et al.*, 1982) o de cristalls líquids activats tèrmicament (Kasagi, 1980), i la generació en el si del flux de bombolles d'hidrogen produïdes per electròlisi (Geller, 1955). Les reaccions químiques també faciliten la visualització en produir-se precipitacions o canvis de color per electròlisi, canvi de pH o fotòlisi (Merzkirch, 1974).

Els túnels hidrodinàmics són una de les eines més utilitzades per a visualitzar fluxos. En l'actualitat l'aplicació de les tècniques HFA o amb major extensió les tècniques LDA fan que puguin ésser utilitzats tant per a visualització com per a mesurament del camp dinàmic del flux. És per aquest motiu que ha estat dissenyat i construït a Tarragona un túnel hidrodinàmic vertical de circulació contínua produïda per gravetat, amb una zona d'experimentació de  $0.25 \times 0.25 \text{ m}^2$  de secció i 1.5 m de longitud. Els injectors de colorants o el sistema de producció de bombolles per electròlisi tant poden estar situats a la superfície de la maqueta, com a la zona de baixa velocitat del túnel. El túnel, construït totalment en metracrilat transparent, permet que amb sistemes d'il·luminació estàndard hom obtingui registres fotogràfics i cinematogràfics

d'alta qualitat. Els resultats de visualitzacions en túnel hidrodinàmic seran presentats a la segona part d'aquest treball.

*Visualització via Simulació Numèrica.* Els fenòmens de transport que ocorren en qualsevol flux, laminar o turbulent, limitat per qualsevol geometria, són governats per un únic model matemàtic derivat de les equacions generals de conservació de matèria, energia i quantitat de moviment. La capacitat limitada dels ordinadors disponibles actualment, fa impossible la resolució d'aquestes equacions diferencials en forma discreta i amb una malla prou fina per a tenir en compte totes les escales presents en un flux turbulent. Aquest fet fa necessari d'omitjar o filtrar les equacions de conservació, la qual cosa comporta l'aparició de nous termes de transport que requereixen l'ús de models empírics (Rogallo i Moin, 1984; Voke i Collins, 1983). Tanmateix, en fluxos dominats per estructures coherents primàries, com són els deixants i les zones de barreja, la solució de les equacions de Navier-Stokes a baixos nombres de Reynolds proporciona informació qualitativament vàlida de les grans escales que apareixen en règim turbulent. Noteu que el moviment de les grans escales dels fluxos turbulents és essencialment independent del nombre de Reynolds (Townsend, 1976).

La solució numèrica de les equacions de transport en coordenades generalitzades (Grau i Giralt, 1985), pel flux al voltant d'un cilindre, permet d'obtenir una visualització numèrica del despreniment dels remolins de Kármán i de l'efecte que sobre aquest té la rotació del cilindre (Grau i Giralt, 1986). La Figura 13 presenta el camp dinàmic sota la forma d'isolínies de funció de corrent, mentre que a la Figura 14 el mateix camp dinàmic és presentat en forma de línies d'isovorticitat. Hom pot observar que l'increment de la velocitat perifèrica de rotació origina un progressiu estrenyiment del deixant i, simultàniament, la disminució de l'activitat de Kármán. Més enllà de  $U_p/U_o=1.5$ , desapareix el despreniment alternat de remolins i s'estableix un règim estacio-

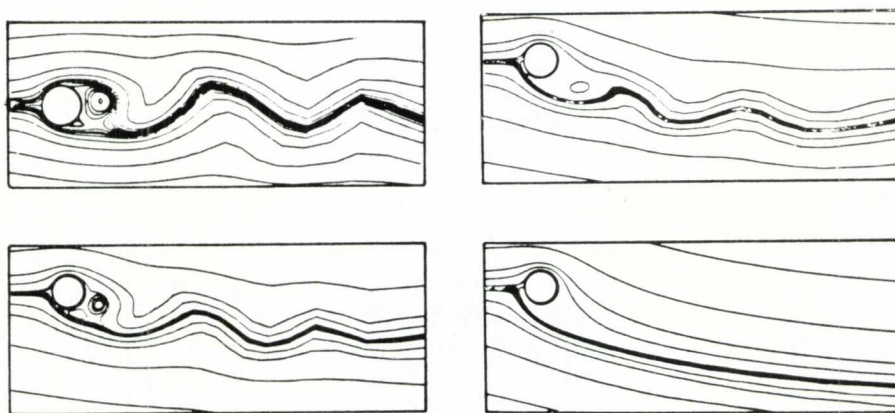


Fig. 13. Línies d'isofunció de corrent en el deixant d'un cilindre.

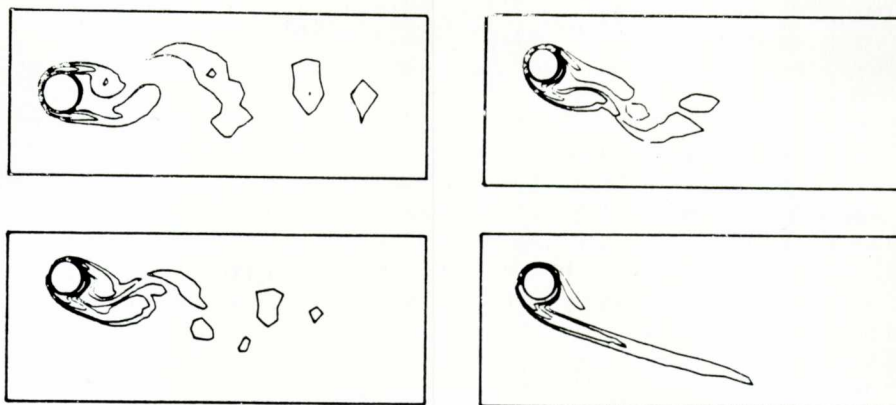


Fig. 14. Línies d'isovorticitat en el deixant d'un cilindre. (a): cilindre estàtic. (b): cilindre rotatori a  $U_p/U_o=1$ . (c): cilindre rotatori a  $U_p/U_o=1.5$ . (d): cilindre rotatori a  $U_p/U_o=2$ .

nari fortament distorsionat. Les distribucions de vorticitat incloses a la Figura 14 evidencien, potser més que les de la funció de corrent, la presència en el deixant de remolins de Kármán, els quals apareixen clarament, per llur natura rotatòria, com a concentracions de vorticitat.

La concordança entre les visualitzacions abans presentades a les Fotografies 1, 2 i 3, i les simulacions numèriques incloses a les Figures 13a, 13b i 13d, respectivament, és notable, la qual cosa confirma la validesa de les hipòtesis fetes sobre el comportament de les grans escales en els fluxos turbulents. La simulació del deixant a  $U_p/U_o=2$  (Figura 13d), concorda amb la visualització presentada a la Fotografia 3 tant pel que fa a la distorsió del deixant com a la desaparició de l'activitat dels remolins Kármán. Evidentment, la solució laminar bidimensional presentada no pot preveure el desenvolupament de les altres estructures que hom observa a la part inferior de la Fotografia 3, ja que aquestes tenen una gènesi que implica clarament la tercera coordenada (dimensió).

#### BIBLIOGRAFIA

- BEVERIDGE, G. S. G. i SCHETCHER, R. S.: Optimization: Theory and Practice. McGraw-Hill, Nova York (1970).
- BRIGHAM, E. O.: The Fast Fourier Transform. Prentice Hall, Nova Jersey (1974).
- BUCHHAVE, P.; GEORGE, W. K. i LUMLEY, J. L.: «The measurement of turbulence with the laser-doppler anemometer». Ann. Rev. Fluid Mech., vol 11, pp. 443-503 (1979).
- BUCHHAVE, P.: «Three component LDA measurements». DISA Information, núm. 29, pp. 3-9 (1984).
- CHAMPAGNE, F. H.; SLEICHER, C. A. i WEHRMANN, O. H.: «Turbulence measurements with inclined hot-wires. Part 1». J. Fluid Mech., vol 28, pp. 153-76 (1967a).

- CHAMPAGNE, F. H.; SLEICHER, C. A. i CHAO, J. L. «Turbulence measurements with inclined hot-wires Part 2». *J. Fluid Mech.*, vol 28, pp. 177-82 (1967b).
- CHEN, CHI-TSONG: *One-dimensional digital signal processing*. Marcel Dekker Inc., Nova York (1979).
- CLAYTON, B. R. i MASSEY, B. S.: «Flow visualization in water: a review of techniques» *J. Sci. Instrum.*, vol 44, pp. 2-11 (1967).
- COLLIS, D. C. i WILLIAMS, M. J.: «Two-dimensional convection from heating wires at low Reynolds numbers». *J. Fluid Mech.*, vol 6, pp. 357-89 (1959).
- COMPTE-BELLOT, G.: «Hot-wire anemometry». *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol 8, pp. 209-31 (1976).
- CROWDER, J. P.: «Fluorescent mini-tufts in flow visualization». *Astronautics & Aeronautics*, November, pp. 54-56 (1980).
- CUMINS, H. Z.; KNABLE, N. i YEH, Y.: «Observation of diffusion broadening of Rayleigh scattered light». *Phys. Rev. Lett.*, vol 12, pp. 150-53 (1964).
- DANCKWERTS, P. V. i WILSON, R. A. M.: «Flow visualization by means of a time-reaction». *J. Fluid Mech.*, vol 16, pp. 412-416 (1963).
- DANTEC. 56N00 SAE-Mark II. DANTEC ELEKTRONIK, Dinamarca (1984).
- DIGITAL. ADF01. Data Adquisition Subsistem. DIGITAL Computer Special Systems, Munic (1982).
- DISA-CCA. DISA 55M System whit 55M20 Temperature Bridge. DISA ELEKTRONIK, Dinamarca (1971).
- DISA-CTA. Description of the DISA CTA System. DISA ELEKTRONIK, Dinamarca (1976).
- DISA-DV. 55D31 Digital Voltmeter. DISA ELEKTRONIK, Dinamarca (1977).
- DISA-LDA. Laser Doppler Anemometry. DISA ELEKTRONIK, Dinamarca (1983).
- DISA-LIN. 56N21 Linearizer. DISA ELEKTRONIK, Dinamarca (1981).
- DISA-M10. DISA 55M System with 55M10 Standard Bridge. DISA ELEKTRONIK, Dinamarca (1977).
- DISA-PROBE. Probe Catalog. DISA ELEKTRONIK, Dinamarca (1982).
- DISA-RMS. 55D35 RMS Voltmeter. DISA ELEKTRONIK, Dinamarca (1979).
- DISA-SC. 55D26 Signal Conditioner. DISA ELEKTRONIK, Dinamarca (1976).
- DURANI, T. S. i GREATED, L. A.: *Laser Systems in Flow Measurement*. Plenum, Nova York (1976).
- DURST, F. i STEVENSON, W. H.: «Influence of gaussian beam properties on laser doppler signals». *Appl. Opt.*, vol 18, pp. 516-524 (1979).
- DURST, F.; MELLING, A. i WHITELAW, J. H.: *Principles and Practice of Laser Anemometry*. Academic Press, Nova York (1981).
- EWALD, B.: «Smoke tunel development at VFW». A: *Flow Visualization II*. Hemisphere Publ. Corp., Nova York (1982).
- FREYMUTH, P.; BANK, W. i PALMER, M.: «Use of titanium tetrachloride for visualization of accelerating flows around airfoils». A: *Flow Visualization III*. Hemisphere Publ. Corp., Nova York (1983).
- FREYMUTH, P.; BANK, W. i PALMER, M.: «Further experimental evidence of vortex splitting». *J. Fluid Mech.*, vol. 152, pp. 289-299 (1985).
- GELLER, E. W.: «An electrochemical method of visualizing the boundary layert». *J. Aeronaut. Sci.*, vol. 22, pp. 869-870 (1955).
- GILABERT, R. M.; GAVALDÀ, J. i GIRALT, F.: «Visualització i anàlisi de fluxos turbulents complexos generats en túnel aerodinàmic». XI Setmana d'Astronàutica, Barcelona (1985).



- GRAU, F. X. i GIRALT, F.: «Resolució numèrica de les equacions de transport relatives a fluxos al voltant d'obstacles». XI Setmana d'Astronàutica, Barcelona (1985).
- GRAU, F. X. i GIRALT, F.: «Numerical solution of the transport equations for the viscous flow around a rotating cylinder». XXI Bient RSEQ, Santiago de Compostel·la (1986).
- GRIFFIN, O. M. i VOTAW, C. W.: «The use of aerosols for the visualization of flow phenomena» *Inst. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 16 pp. 217-219 (1973).
- GRIFFIN, D. M. i RAMBERG, S. E.: «Wind tunnel flow visualization with liquid particles aerosols». A: *Flow visualization I*. Hemisphere Publ. Corp., Nova York (1979).
- HAMPSHIRE, R. G.: «Flow visualization with stroboscopic illumination to provide an unambiguous record of direction». *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 17, pp. 741-743 (1984).
- IMACHI, K. i OHMI, K.: «Numerical processing of flow visualization pictures-measurements of two-dimensional vortex flow». *J. Fluid Mech.*, vol. 129, pp. 283-311 (1983).
- KASAGI, N.; HIRATA, M. i YOKOBI, S.: «Visual studies of large eddy structures in turbulent shear flows by means of smoke-wire method». A: *Flow Visualization I*. Hemisphere Publ. Corp., Nova York (1979).
- KASAGI, N.: «Liquid crystal applications in heat transfer experiments». Report IL-27, Stanford University (1980).
- KAWALL, J. G.; SHOKR, M. i KEFFER, J. F.: «A digital technique for the simultaneous measurement of streamwise and lateral velocities in turbulent flows». *J. Fluid Mech.*, vol. 133, pp. 83-112 (1983).
- KLEIN, E. J.: «Liquid crystals in aerodynamic testings». *Astronautics & Aeronautics*, July, pp. 70-73 (1968).
- MALTBY, R. L. i KEATING, R. F. A.: «The surface oil flow technique for use in low speed wind tunnels». *AGARDograph* no. 70, pp. 29-38 (1962).
- MERZKIRCH, W.: *Flow Visualization*. Academic Press, Nova York (1974).
- MCMAHOM, H. M.; HESTER, D. D. i PALFERY, J. G.: «Vortex shedding from a turbulent jet in a cross-wind». *J. Fluid Mech.*, vol. 48, pp. 73-80 (1971).
- MUELLER, T. J.: «Flow visualization by direct injection». A: *Fluid Mechanics Measurements*. Hemisphere Publ. Corp., Nova York (1983).
- PERRY, A. E. i WATMUFF, J. H.: «The phase-averaged large-scale structures in three-dimensional turbulent wakes». *J. Fluid Mech.*, vol. 103, pp. 33-51 (1981).
- PERRY, A. E.: *Hot-wire Anemometry*. Clarendon Press, Oxford (1982).
- ROGALLO R. S. i MOIN, P.: «Numerical simulation of turbulent flows». *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol. 16, pp. 99-137 (1984).
- SALLAM, T. M.; KAJI, M.; NAKAMISHI, S. i ISHIGAI, S.: «Visualization of recirculating flows in reversed-flow furnace models». A: *Flow Visualization II*. Hemisphere Publ. Corp., Nova York (1982).
- SCHRAUB, F. A.; KLINE, S. J.; HENRY, J. i RUNSTADLER, P. W.: «Use of hydrogen bubbles for quantitative determination of time-dependent velocity fields in low-speed flows». *ASME J. Basic Eng.*, vol. 87, pp. 429-444 (1965).
- SHIINA, Y.; TAKUZUKA, T. i OKAMOTO, Y.: «Flow around turbulent promoters in parallel channel (I)». *J. of Nuclear Sci. and Tech.*, vol. 19, pp. 720-728 (1982).
- STEVENSON, W. H.: «Laser doppler velocimetry: a status report». *Proc. of the IEEE*, vol. 70, no 6, pp. 652-658 (1982).
- TANEDA, S.; HONJI, H. i TATSUMO, M.: «The electrolytic precipitation method of flow visualization». A: *Flow Visualization I*. Hemisphere Publ. Corp., Nova York (1979).

- TOWNSEND, A. A.: The structure of turbulent shear flow. 2ª edició. Cambridge University Press, Cambridge (1976).
- TSI-LVS.: Laser Velocimetry Systems. TSI Incorporated, USA (1980).
- VOKE, P. R. i COLLINS, M. W.: «Large-eddy simulation retrospect and prospect». Physico-Chemical Hydrodynamics, vol 4, no 2, pp. 119-161 (1983).
- WERLÉ, H. i GALLON, M.: «The new hydrodynamic visualization laboratory of the aerodynamics division». Rech. Aerosp., vol. 5, pp. 1-23 (1982).
- XUEQUAN, E. i MINGHUI, L.: «Flow visualization techniques of air bubble generated by emulsification». Kexue Tongabo, vol. 29, pp. 1442-1446 (1984).
- YEH, Y. i CUMINS, H. Z.: «Localized fluid flow measurements with an He-Ne laser spectrometer». Appl. Phys. Lett., vol. 4 pp. 176-178 (1964).
- YU, J. P.; SPARROW, E. M. i ECKERT, E. R. G.: «A smoke generator for use in fluid flow visualization». Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 15, pp. 557-558 (1972).
- ZAMAN, K. B. M. Q. i HUSSAIN, A. K. M. F.: «The mechanics of vortex pairing in an axisymmetric mixing layer». A: Turbulent Shear Flows 2. Springer-Verlag, Berlín (1980).

*Article acceptat per a publicació el gener de 1987.*